TEORÍA DE LA INFORMACIÓN

Tratamiento probabilístico de la Información

Fuentes de información

continuación

INGENIERÍA DE SISTEMAS

2017

TRANSICIÓN EN n PASOS

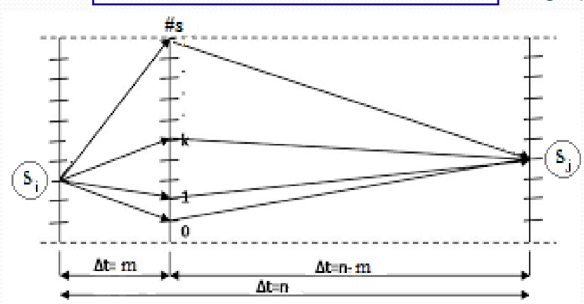
Para una fuente markoviana homogénea:

$$\boxed{p_{j/i}^{(n)} = \sum_k p_{k/i}^{(m)} \cdot p_{j/k}^{(n-m)}}$$

para $m < n$

$$\boxed{M^{(n)} = M^{(m)} . M^{(n-m)}}$$

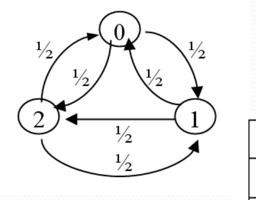
1º ecuación de Chapman-Kolmogorov



TRANSICIÓN EN n PASOS

Ejemplo

Probabilidad de transición de 0 a 2 en 2 pasos:



$$p_{2/0}^{(2)} = p_{0/0}\cdot p_{2/0} + p_{1/0}\cdot p_{2/1} + p_{2/0}\cdot p_{2/2}$$

$$p_{2/0}^{(2)} = \cancel{0\cdot 1/2} + 1/2\cdot 1/2 + \cancel{1/2\cdot 0} = 1/4$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & ½ & ½ \\ \hline ½ & 0 & ½ \\ \hline ½ & ½ & 0 \\ \hline\end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & ½ & ½ \\ \hline ½ & 0 & ½ \\ \hline ½ & ½ & 0 \\ \hline\end{array} \quad M^2 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline ½ & ¼ & ¼ \\ \hline ¼ & ½ & ¼ \\ \hline ¼ & ¼ & ½ \\ \hline\end{array}$$

Matriz de transición en 2 pasos

en 3 pasos:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline ½ & ¼ & ¼ \\ \hline ¼ & ½ & ¼ \\ \hline ¼ & ¼ & ½ \\ \hline\end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & ½ & ½ \\ \hline ½ & 0 & ½ \\ \hline ½ & ½ & 0 \\ \hline\end{array} \quad M^3 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline ¼ & 3/8 & 3/8 \\ \hline 3/8 & ¼ & 3/8 \\ \hline 3/8 & 3/8 & ¼ \\ \hline\end{array}$$

$M^2 \quad . \quad M$

Matriz de transición en 3 pasos

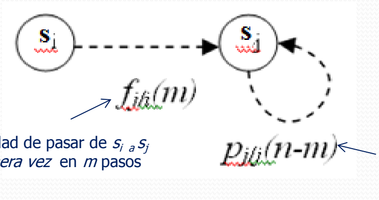
PRIMERA TRANSICIÓN EN n PASOS

Para una fuente markoviana homogénea:

$$\boxed{f_{j/i}^{(n)} = p_{j/i}^{(n)} - \sum_{m=1}^{n-1} f_{j/i}^{(m)} \cdot p_{j/j}^{(n-m)}}$$

para $m < n$

2º ecuación de Chapman-Kolmogorov



probabilidad de pasar de s_i a s_j *por primera vez* en m pasos

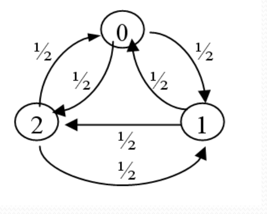
probabilidad de volver a s_j en (n-m) pasos

Si i=j : $f_{i/i}^{(n)}$ → **primera recurrencia**

PRIMERA TRANSICIÓN EN *n* PASOS

Ejemplo

Probabilidad de transición de 0 a 2 por 1° vez en n= 1, 2, 3 pasos:



$$f_{j/i}^{(n)} = p_{j/i}^{(n)} - \sum_{m=1}^{n-1} f_{j/i}^{(m)} . p_{j/j}^{(n-m)}$$

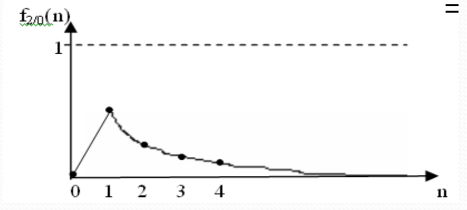
n= 1: $\mathbf{f_{2/0}}^{(1)} = p_{2/0}^{(1)} = \mathbf{½}$

n= 2: $\mathbf{f_{2/0}}^{(2)} = p_{2/0}^{(2)} - f_{2/0}^{(1)} . p_{2/2}^{(1)}$

$= ¼ - \cancel{½ . 0} = \mathbf{¼}$

n= 3: $\mathbf{f_{2/0}}^{(3)} = p_{2/0}^{(3)} - f_{2/0}^{(1)} . p_{2/2}^{(2)} - f_{2/0}^{(2)} . p_{2/2}^{(1)}$

$= 3/8 - ½ . ½ - \cancel{¼ . 0} = \mathbf{1/8}$



Ya calculados:

$p_{2/0}^{(2)} = 1/4$
$p_{2/0}^{(3)} = 3/8$
$p_{2/2}^{(2)} = 1/2$

MEDIA DE PRIMERA TRANSICIÓN

TRANSICIÓN EVENTUAL: Probabilidad de que eventualmente se produzca la transición de s_i a s_j durante la emisión de símbolos de la fuente:

$$F_{j/i} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{j/i}^{(n)}$$

$F_{j/i} = 1$ → siempre se da la transición de s_i a s_j

$F_{j/i} < 1$ → puede no darse la transición de s_i a s_j

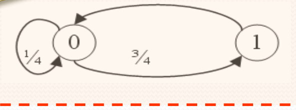
Si $F_{j/i} = 1$ → media de la distribución: $$\boxed{\mu_{j/i} = \sum_{n=1}^{\infty} n . f_{j/i}(n)}$$

→ tiempo medio de espera para pasar de s_i a s_j

Si i=j:

$F_{i/i}$ =1 (probabilidad de retorno eventual a s_i) → **media de 1° recurrencia**

Ejemplo



n= 1: $\mathbf{f_{0/0}}^{(1)} = 1/4$

n= 2: $\mathbf{f_{0/0}}^{(2)} = 3/4 . 1 = 3/4$

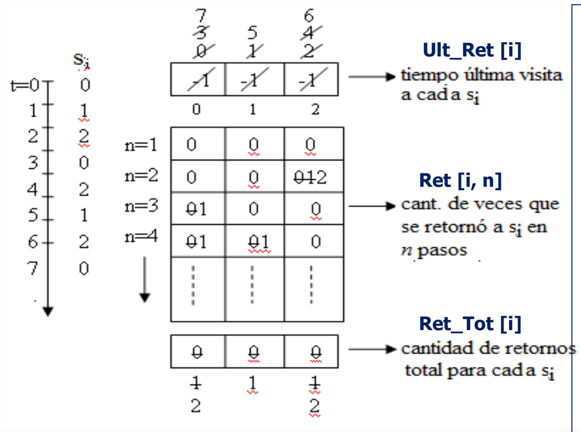
n= 3: $\mathbf{f_{0/0}}^{(3)} = 0$

$\mathbf{F_{0/0}} = ¼ + ¾ = 1$

→ $\boldsymbol{\mu_{0/0} = 7/4 = 1.75}$

MUESTREO COMPUTACIONAL - $f_{i/i}^{(n)}$

En estado estacionario → generar una única trayectoria (mensaje) y detectar los pasos entre transiciones sucesivas de s_i



inicializar...

i = primer_simbolo

Mientras no converja (fi/i, fi/i_ant)

{

    i = generar_sig_símbolo (i)

    si (Ult_Ret [i]> -1)

    { n= t_actual - Ult_Ret [i]

      Ret [i , n] ++

      Ret_Tot [i] ++

      fi/i_ant ← fi/i (todo la matriz)

      fi/i ← Ret / Ret_Tot (todo el vector)

    }

    Ult_Ret [i] = t_actual

}

return fi/i

MUESTREO COMPUTACIONAL - $\mu_{i/i}$

En estado estacionario → generar una única trayectoria (mensaje) y detectar los pasos entre transiciones sucesivas de s_i

Ejemplo μ0/0