Dinámica (resumen)

En clases anteriores …

CINEMÁTICA

Rama de la Física que estudia el *movimiento* de los objetos

Elementos básicos:

- tiempo, t [s]
- posición, $\vec{r}(t)$ [m]

Elementos derivados:

- velocidad, $\vec{v}(t)$ [m/s]
- aceleración, $\vec{a}(t)$ [m/s^2]

Ahora …

DINÁMICA

Rama de la Física que estudia las *causas del movimiento* de los objetos

Elementos básicos:

- masa, m [kg]
- fuerza, $\vec{F}$ [N]

Magnitud escalar que expresa la cantidad de materia que posee un cuerpo

LAS LEYES DE NEWTON

(I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687)

- Son principios → no se deducen de postulados anteriores
  → se pueden comprobar (o refutar) experimentalmente

- Límites de validez (ahora se sabe que no siempre son correctas)
  → Relatividad (altas velocidades, grandes masas)
  → Mecánica cuántica (tamaños muy pequeños)
  → Caos

LAS LEYES DE NEWTON

(I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687)

PRIMERA LEY: *Ley de Inercia*

“Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser que sea obligado a cambiar su estado por fuerzas que actúan sobre él”

Observaciones:

La tendencia de los cuerpos es
(a) permanecer en reposo o (b) moverse con MRU → ¿Es intuitivo?

Es un MRU con $\vec{v} = 0$

La presencia de fuerzas es una condición *necesaria* pero no *suficiente* para que el cuerpo abandone el reposo o el MRU → Si hay varias fuerzas aplicadas que se anulan mutuamente, es como si no hubiera ninguna →

Otra manera de formular la primera ley: *“Si la fuerza* ***neta*** *que actúa sobre un cuerpo es cero, el cuerpo permanecerá en reposo o en movimiento con velocidad constante”* (Resnick, Halliday y Krane, ver bibliografía)

De lo anterior, parece razonable vincular el concepto de fuerza con el de aceleración, lo que nos lleva a …

SEGUNDA LEY: *Ley Fundamental de la Dinámica*

Para un cuerpo cuya masa permanece constante:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

Observaciones:

Es una igualdad vectorial, puede corresponder a 1, 2 o 3 igualdades escalares → Por ej, en 3D: → $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = ma_y \\ \sum F_z = ma_z \end{cases}$

El tema de las unidades:
En el SI

$m \rightarrow$ [kg]

$a \rightarrow$ [m/s^2]

⇒ $F \rightarrow$ [kg· m/s^2]=[N] (Newton)

↓

En otros sistemas:
[dina]= [g· cm/s^2] (CGS)

Ejemplo 1: Sobre un cuerpo de 5 kg se aplica una fuerza de 4 N. (a) ¿Qué aceleración adquirirá?; (b) Suponiendo que el cuerpo parte del reposo, ¿qué distancia recorrerá en 15 s?

Rta: Podemos tratarlo como un problema 1-D

(a) La suma de las fuerzas consta de una única fuerza, así que:

$$F = ma \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{4\,N}{5\,kg} = \mathbf{0.8\,m/s^2}$$

(b) La pregunta es sobre una distancia, así que usaremos las ecuaciones de la cinemática.

Como hay una aceleración constante, tenemos un problema de MRUV. La ecuación para la posición en función del tiempo será:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Como el cuerpo parte del reposo, $v_0 = 0$. Además, podemos ubicar el origen de nuestro sistema de coordenadas en el punto desde donde parte el cuerpo, así que $x_0 = 0$. Entonces:

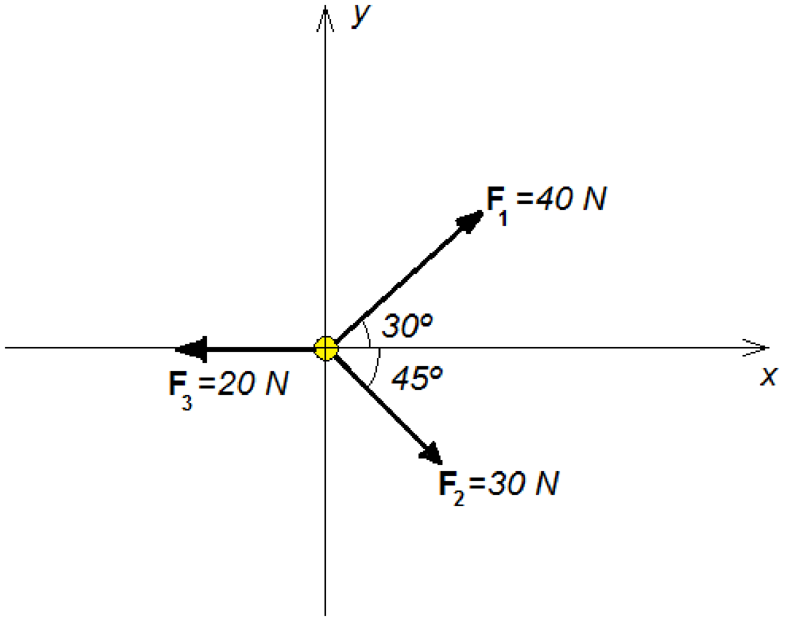
$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x(15\,s) = \frac{1}{2} \cdot 0.8\,\frac{m}{s^2} \cdot (15\,s)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.8\,\frac{m}{s^2} \cdot 225\,s^2 = \mathbf{90\,m}$$

Ejemplo 2: Un cuerpo de masa *m* = 2 kg se halla inicialmente en la posición (-2m; 3m) y posee una velocidad (4m/s; -2 m/s). Se aplican sobre el cuerpo las fuerzas que se muestran en la Figura. Hallar la velocidad y posición, a los 5 s de aplicadas las fuerzas.

Rta: Primero ubicamos el sistema de referencia para las fuerzas (ya está hecho, en este caso).

Después hallamos las componentes de cada fuerza en la dirección de cada eje (trigonometría)



En este caso:

$$F_{1x} = 40N \cdot \cos(30º) = 34.64\ N$$
$$F_{1y} = 40N \cdot \text{sen}(30º) = 20\ N$$
$$F_{2x} = 30N \cdot \cos(45º) = 21.21\ N$$
$$F_{2y} = -30N \cdot \text{sen}(45º) = -21.21\ N$$
$$F_{3x} = -20\ N$$
$$F_{3y} = 0$$

Pregunta: ¿Por qué los signos negativos?

Realizamos la suma de fuerzas en cada eje, y aplicamos la 2da ley de Newton para encontrar las componentes de la aceleración

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 34.64N + 21.21N - 20N = 35.85N = ma_x$$

$$\longrightarrow \quad a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{35.85N}{2kg} = 17.925\ m/s^2$$

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 20N - 21.21N + 0N = -1.21N = ma_y$$

$$\longrightarrow \quad a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{-1.21N}{2kg} = -0.605\ m/s^2$$

Ejemplo 2 (continuación): Un cuerpo de masa *m* = 2 kg se halla inicialmente en la posición (-2m; 3m) y posee una velocidad (4m/s; -2 m/s). Se aplican sobre el cuerpo las fuerzas que se muestran en la Figura. Hallar la velocidad y posición, a los 5 s de aplicadas las fuerzas.

Una vez halladas las aceleraciones, podemos encontrar la posición y la velocidad en cualquier instante posterior usando cinemática:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t \qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t$$

Reemplazo con los datos

$$x(t) = -2m + 4\frac{m}{s}t + \frac{1}{2}\cdot 17.925\frac{m}{s^2}t^2 \qquad y(t) = 3m - 2\frac{m}{s}t + \frac{1}{2}\cdot\left(-0.605\frac{m}{s^2}\right)t^2$$

$$v_x(t) = 4\frac{m}{s} + 17.925\frac{m}{s^2}t \qquad v_y(t) = -2\frac{m}{s} - 0.605\frac{m}{s^2}t$$

Evalúo

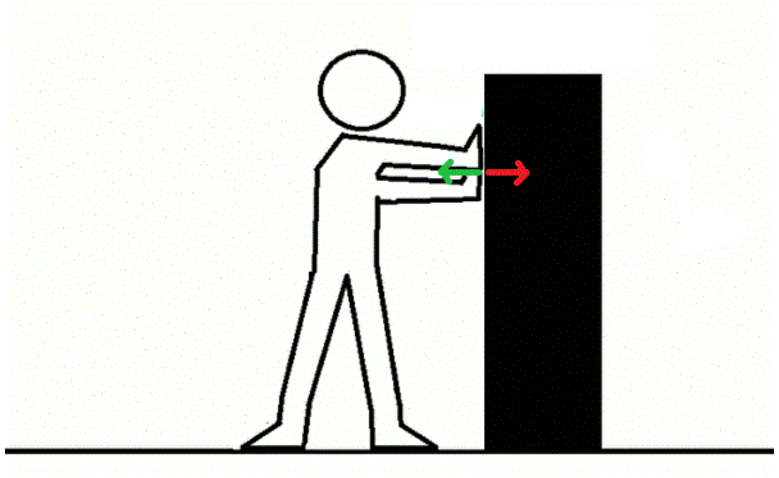
$$x(5s) = 224.06\,m \qquad y(5s) = -14.5625\,m$$

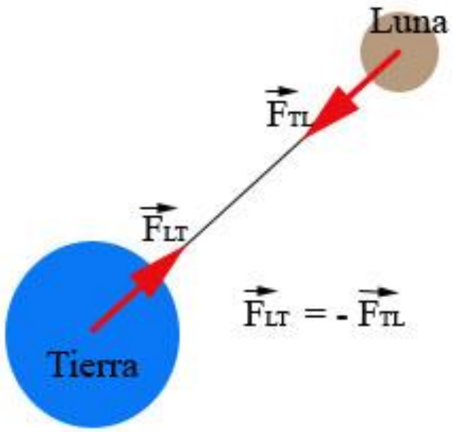
$$v_x(5s) = 93.625\,m/s \qquad v_y(5s) = -5.025\,m/s$$

TERCERA LEY: *Principio de Acción y Reacción*

"Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro cuerpo B (acción), entonces B ejerce también una fuerza sobre A (reacción). Estas dos fuerzas siempre tienen la misma magnitud y dirección contraria"

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

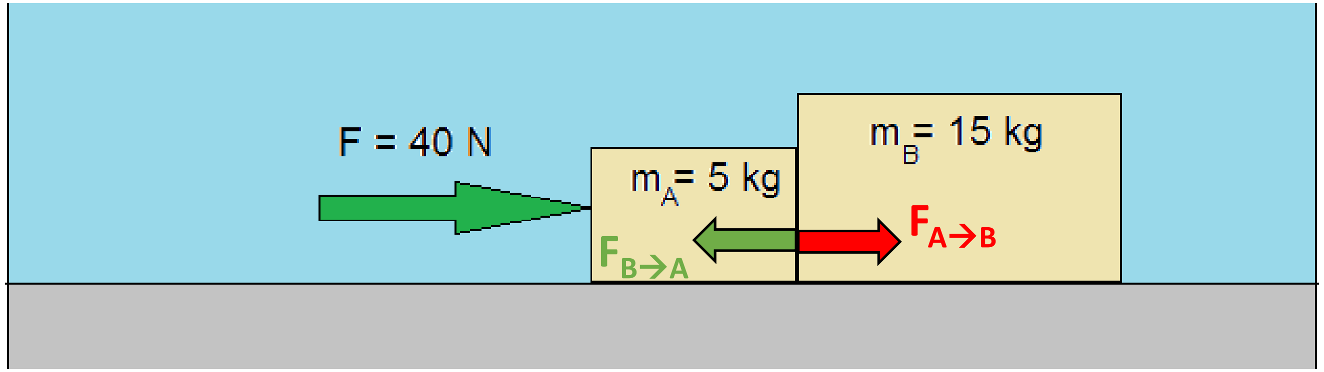




De AlvaroLopez12-Trabajo Propio, CC BY-SA 40

Ejemplo 3: Aplicación de las leyes de Newton:

Indicar la aceleración del sistema mostrado en la Figura (ambos cuerpos se mueven juntos):



Rta: Como en todos los problemas de dinámica, lo primero que debemos hacer es hallar todas las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos del sistema. En este caso la fuerza externa **F** está aplicada sobre el cuerpo m_A , pero parece claro que debe haber una fuerza horizontal neta sobre el cuerpo m_B porque sino éste no se acelerará.

Entonces… ¿quién o qué hace fuerza sobre m_B ?

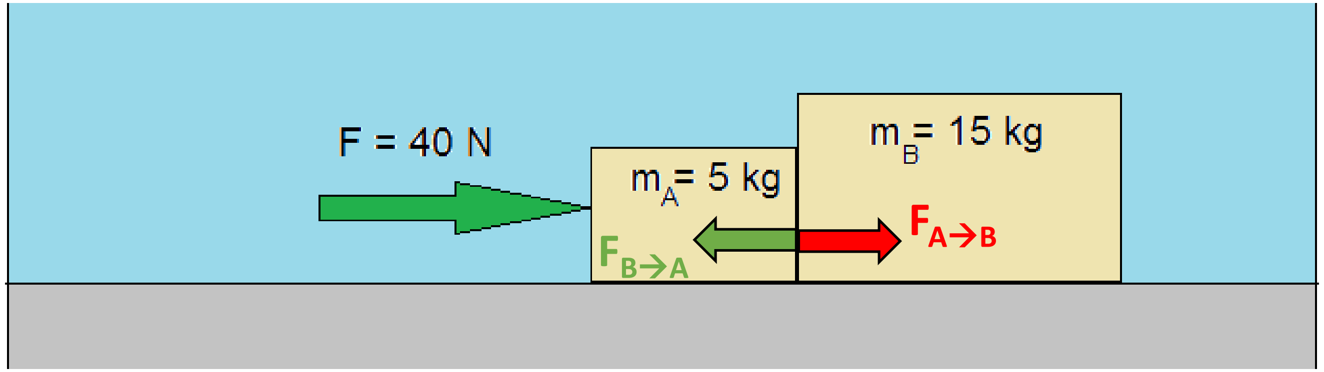
Rta: El cuerpo m_A

O sea: la fuerza externa **F** actúa sobre el cuerpo m_A y éste, a su vez, ejerce una fuerza sobre m_B **.**

Pero, por el Principio de Acción y Reacción, si *A* ejerce fuerza sobre *B*, entonces *B* ejerce una fuerza de igual módulo y dirección, pero de sentido opuesto, sobre *A*.

(sigue…)

Ejemplo 3: (continuación)



En este caso podemos ignorar las fuerzas verticales (pesos, normales) porque se cancelan.

Aplicando la 2da Ley de Newton para cada cuerpo en el eje *x:*

Para el cuerpo *A*:

$$\sum F_x = F - F_{B\to A} = m_A \cdot a$$

Para el cuerpo *B*:

$$\sum F_x = F_{A\to B} = m_B \cdot a$$

Aplicando la 3ra Ley de Newton: $F_{B\to A} = F_{A\to B}$ (note que el signo negativo ya lo indicamos explícitamente) ...

...obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} F - F_{A\to B} = m_A \cdot a \\ F_{A\to B} = m_B \cdot a \end{cases}$

...reemplazando con los datos: $\begin{cases} 40N - F_{A\to B} = 5kg \cdot a \\ F_{A\to B} = 15\,kg \cdot a \end{cases}$

... resolviendo, se obtiene $a = \mathbf{2\ m/s^2}$; $F_{A\to B} = \mathbf{30\ N}$.

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE (DCL)

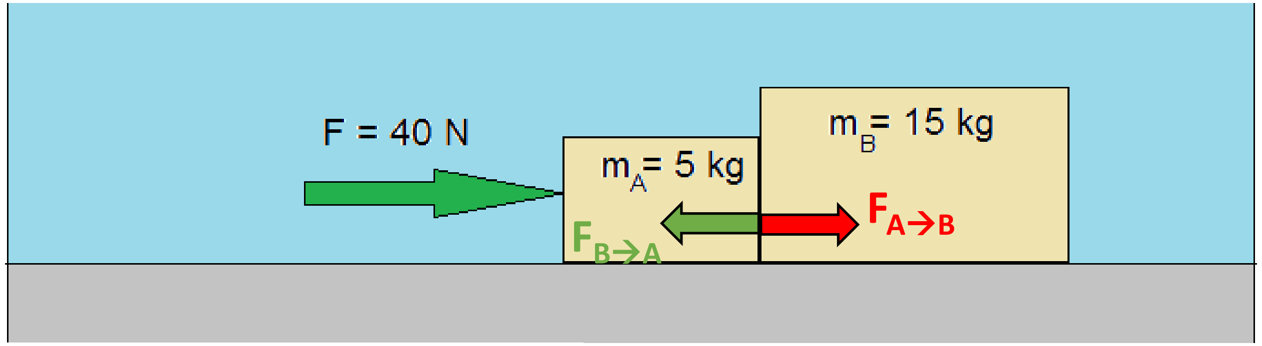
Para resolver los problemas de Dinámica es conveniente realizar los siguientes pasos:

(a) Realizar un esquema de la situación

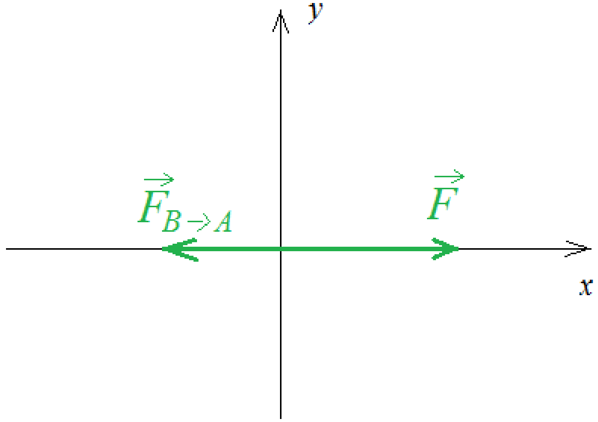
(b) Identificar todas las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos de interés

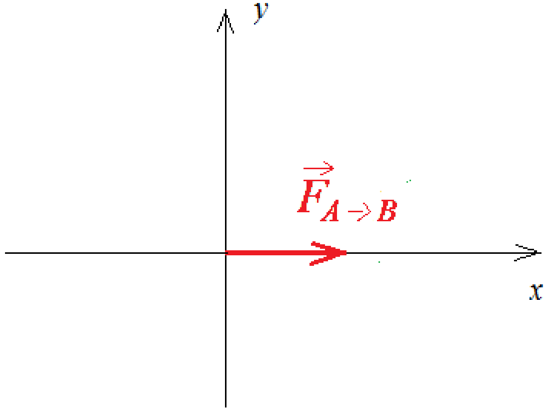
(c) Realizar un DCL para cada uno de los cuerpos de interés. Un DCL consiste en un boceto que incluye un sistema de eje coordenados, suponiendo que el cuerpo está en el origen de coordenadas. Sobre los ejes se dibujan los vectores que representan a cada una de las fuerzas que aparecen sobre el cuerpo.

Ejemplo: Volviendo al ejemplo anterior…



… los DCL para los cuerpos m_A y m_B serían así:



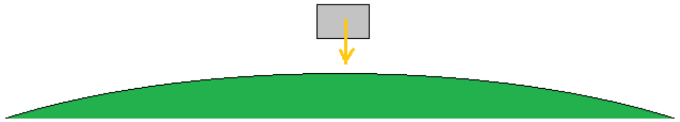


TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

1. PESO

Llamamos *peso* $\vec{P}$ a la fuerza con que el planeta Tierra atrae a cuerpos cercanos a su superficie.

Esta fuerza está dirigida hacia el centro de la Tierra y su magnitud es: $\boxed{P = mg}$



donde *m* es la masa del cuerpo, y *g* es la aceleración de la gravedad. Si bien *g* disminuye a medida que aumenta la distancia al centro de la Tierra, tomaremos como valor promedio para todo punto cercano a la superficie, el valor:

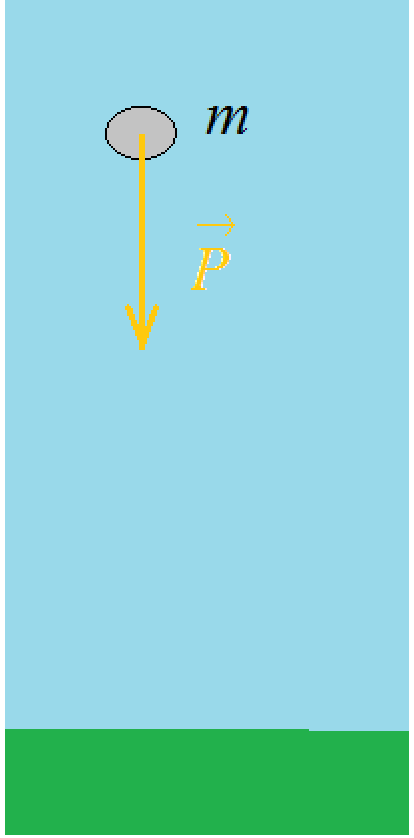
$$\boxed{g \approx 9.8\ m/s^2}$$

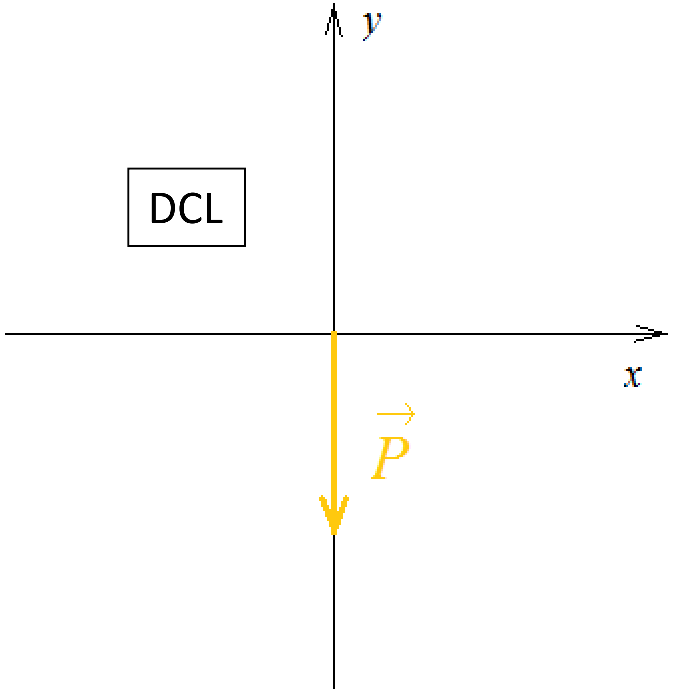
TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

1. PESO

Ejemplo 4. ¿Qué aceleración adquirirá un cuerpo de masa *m* en caída libre en las proximidades de la Tierra?

Respuesta. Si bien ya sabemos la respuesta a esta pregunta porque lo vimos al estudiar Cinemática, respondamos ahora usando las leyes de la Dinámica. Hagamos un esquema y un DCL.





Planteo segunda ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y$$

$$0 = ma_x \qquad -P = ma_y$$

$$a_x = \mathbf{0\ m/s^2} \qquad -mg = ma_y$$

$$a_y = -g = \mathbf{-9.8\ m/s^2}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

1. PESO

Ejemplo 5. Un cuerpo pesa 490 N en la Tierra,
¿Cuál será su peso en el Sol, dónde la aceleración de la gravedad es de 274.1 m/s^2?

Respuesta. Recordemos que el peso del cuerpo depende del valor de la gravedad, mientras que la masa es independiente de la misma. Por lo tanto conviene calcular *m* con los datos de la Tierra…

$$P_{EnLaTierra} = m g_{Tierra}$$

$$\longrightarrow \quad m = P_{EnLaTierra} / g_{Tierra}$$

$$\longrightarrow \quad m = \frac{490\ N}{9.8\ m/s^2} = 50\ kg$$

… y luego calcular el peso del mismo cuerpo en el Sol:

$$P_{EnElSol} = m g_{Sol}$$

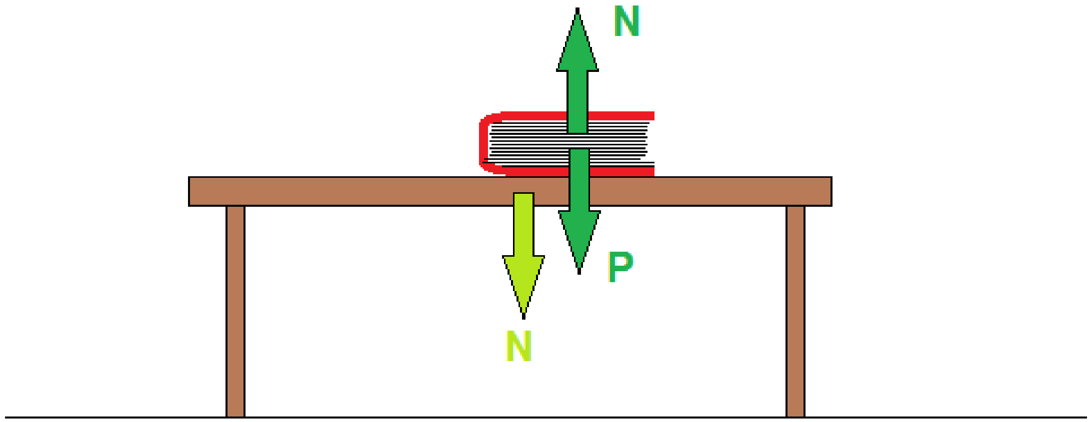
$$\longrightarrow \quad P_{EnElSol} = 50\ kg \cdot 274.1 \frac{m}{s^2} = \mathbf{13705\ N}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

2. NORMAL

Es una fuerza de *contacto* entre dos cuerpos, *perpendicular* al plano en que se produce el contacto

Ejemplo 6. Libro sobre mesa



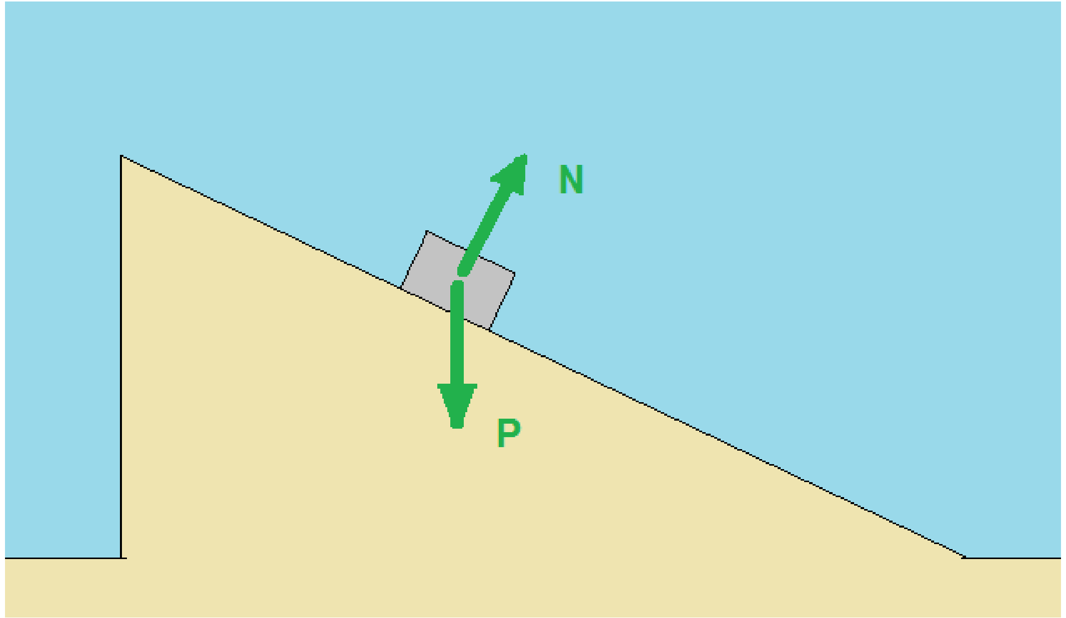
La **normal** que ejerce la mesa sobre el libro cancela (en este caso, situación estática) a la fuerza **peso** con que la Tierra atrae al libro.

A su vez, el libro ejerce una fuerza igual, y de sentido opuesto, sobre la mesa.

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

2. NORMAL

Ejemplo 7. Cuerpo sobre plano inclinado



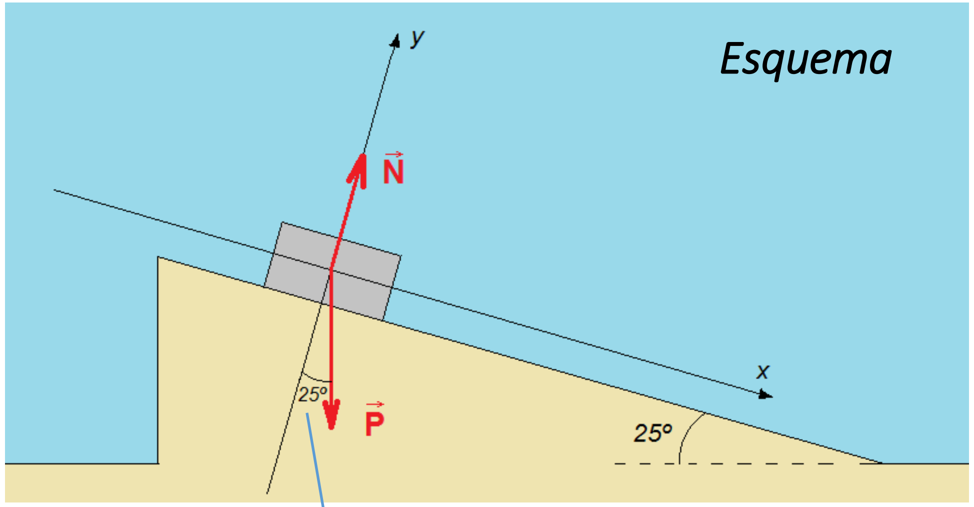
La fuerza normal es perpendicular a la superficie de contacto

En este ejemplo se ve claramente que la normal **NO** es la reacción al peso (error frecuente)

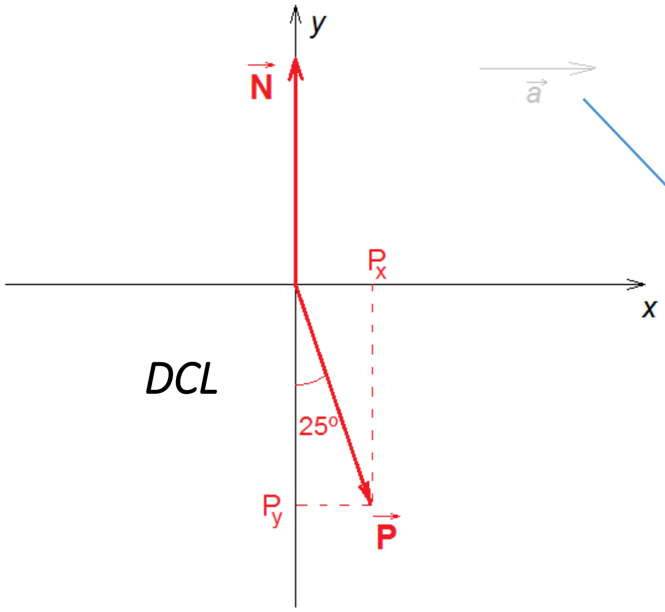
2. NORMAL

Ejemplo 8. Halle la aceleración que adquirirá un cuerpo de 40 kg al ser colocado sobre un plano inclinado un ángulo de 25º sobre la horizontal (desprecie el rozamiento), e indique la normal.

Rta. En los problemas de plano inclinado conviene colocar los ejes coordenados en las direcciones paralela y perpendicular al plano. Primero dibujamos un esquema, y luego el diagrama de cuerpo libre (DCL)



El ángulo entre el peso y el eje de las *y* es igual al ángulo de inclinación del plano (verifíquelo).



(… sigue …)

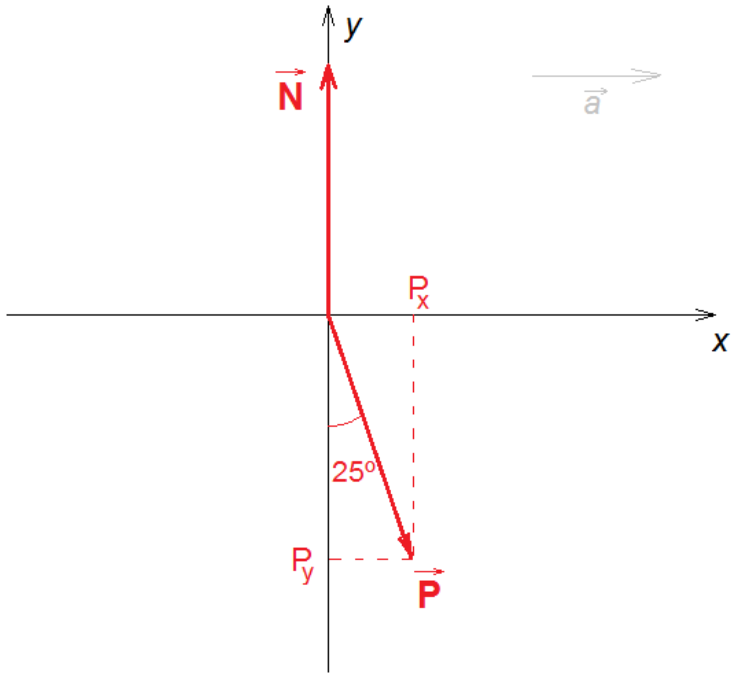
Una utilidad de los DCL es que nos permiten ver más claramente cómo descomponer las fuerzas.

Se realiza un DCL por cada uno de los cuerpos involucrados.

Una forma de evitar errores con los signos es presuponer la dirección de la aceleración (en este caso es fácil, la aceleración ocurrirá hacia abajo del plano inclinado, flecha gris en el DCL), y considerar positivas a todas las fuerzas que tengan el sentido de la aceleración, y negativas las de sentido opuesto

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
2. NORMAL

Ejemplo 8 (continuación). Halle la aceleración que adquirirá un cuerpo de 40 kg al ser colocado sobre un plano inclinado un ángulo de 25º sobre la horizontal (desprecie el rozamiento), e indique la normal.



Hemos elegido los ejes de forma que la aceleración del sistema quede a lo largo del eje *x*:

$$a_x = a; \qquad a_y = 0;$$

Y ahora planteamos la 2º Ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum F_x = ma_x$$

$$P_x = ma$$

$$m\ g\ \text{sen}(25°) = ma$$

$$g\ \text{sen}(25°) = a$$

$$a = \mathbf{4.14\ m/s^2}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$N - P_y = 0$$

$$N - m\ g\cos(25°) = 0$$

$$N = m\ g\cos(25°)$$

$$N = \mathbf{355.27\ N}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

3. TENSIÓN

Llamaremos así a la fuerza que actúa a través de cuerdas.

Las fuerzas de tensión actúan en la dirección de la cuerda, y hacia "adentro" de la misma (esto es porque con una cuerda se puede *tirar* de algo, pero no se puede *empujar*)

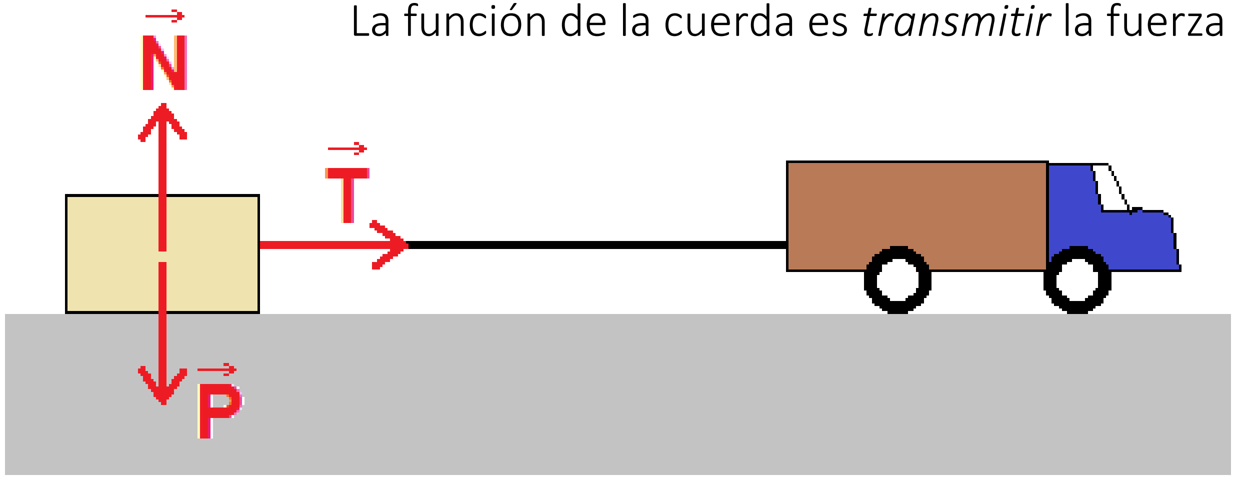
Cuerda ideal → Tiene masa despreciable

Cuerda ideal → Es inextensible

Ejemplo 9. Un camión arrastra una caja mediante una cuerda.

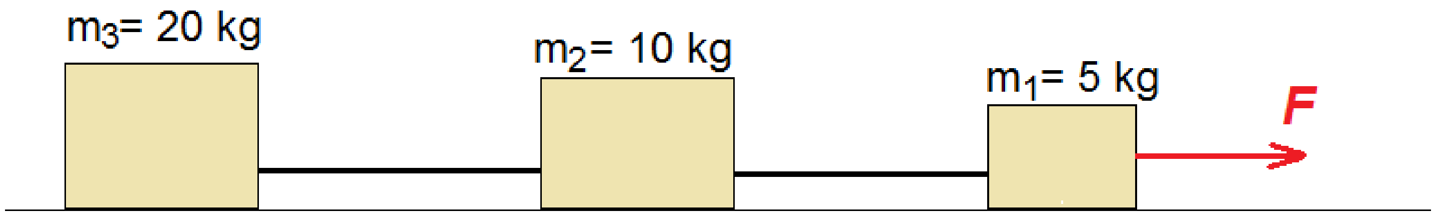
Suponiendo que se pueda despreciar el rozamiento, las tres fuerzas que actúan sobre la caja son: peso, normal, y tensión

La función de la cuerda es *transmitir* la fuerza ejercida por el camión

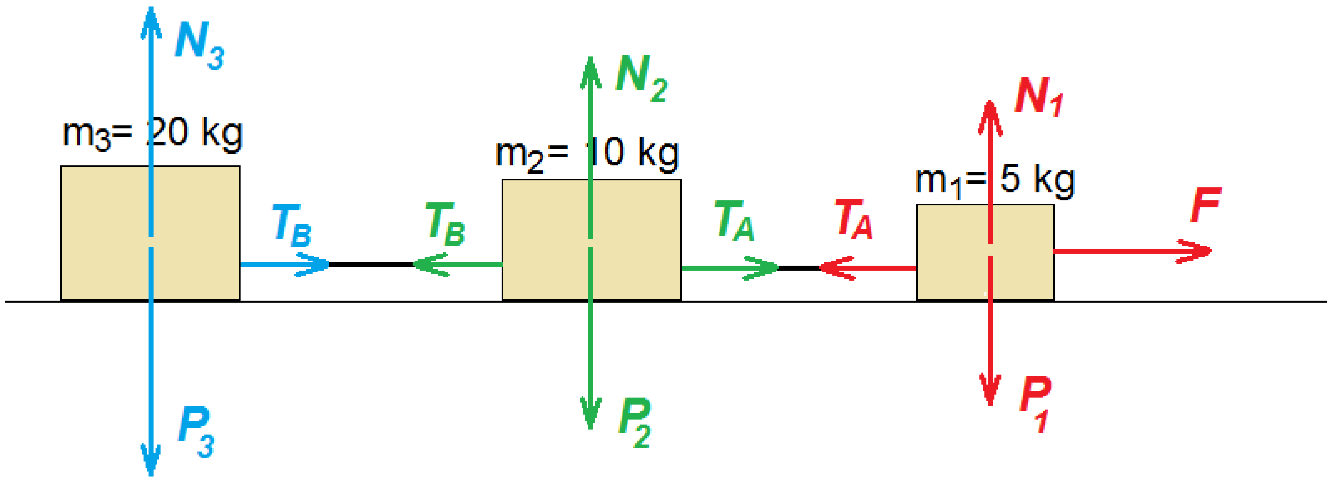


3. TENSIÓN

Ejemplo 10. Sabiendo que la fuerza aplicada sobre la caja de la izquierda es de 200 N, y despreciando el rozamiento, hallar la aceleración del sistema de la **Figura.**



Rta. Primero debemos identificar las fuerzas sobre cada cuerpo …



Los pesos y las normales se cancelan mutuamente. En este caso (pero casi nunca es así), las ecuaciones en el eje *y* no dan información útil

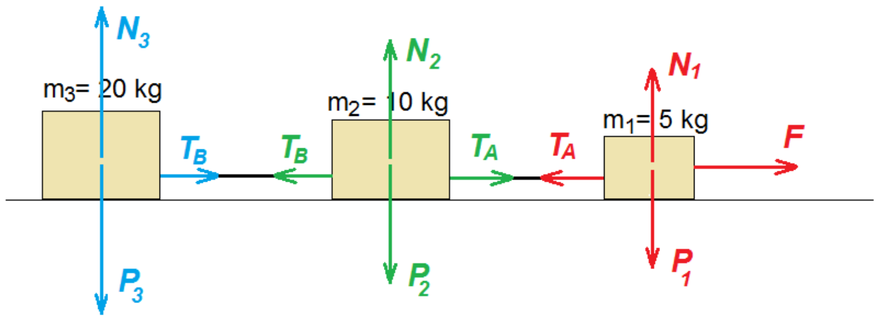
Las tensiones T_A y T_B corresponden a las dos cuerdas. Las tensiones en los extremos de cada cuerda son iguales en módulo, pero, en general, $T_A \neq T_B$. (O sea, tensiones en cuerdas distintas son distintas entre sí)

El sistema se acelerará horizontalmente hacia la derecha

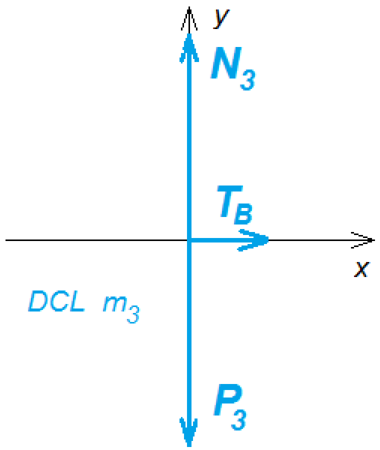
(… sigue…)

3. TENSIÓN

Ejemplo 10 (continúa). Sabiendo que la fuerza aplicada sobre la caja de la izquierda es de 200 N, y despreciando el rozamiento, hallar la aceleración del sistema de la **Figura.**



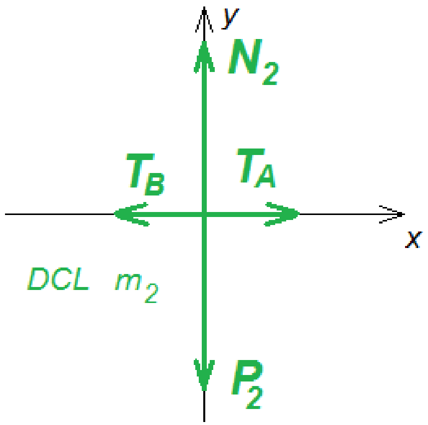
Dibujamos los DCL de c/cuerpo y planteamos 2º Ley de Newton para c/cuerpo



m3

$$\sum F_x = m_3 a \longrightarrow T_B = m_3 a$$

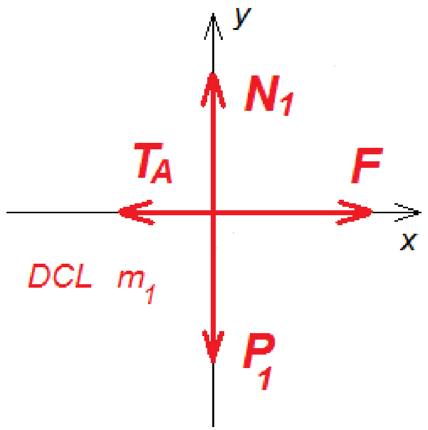
$$\sum F_y = 0 \longrightarrow N_3 - P_3 = 0$$



m2

$$\sum F_x = m_2 a \longrightarrow T_A - T_B = m_2 a$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow N_2 - P_2 = 0$$



m1

$$\sum F_x = m_1 a \longrightarrow F - T_A = m_1 a$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow N_1 - P_1 = 0$$

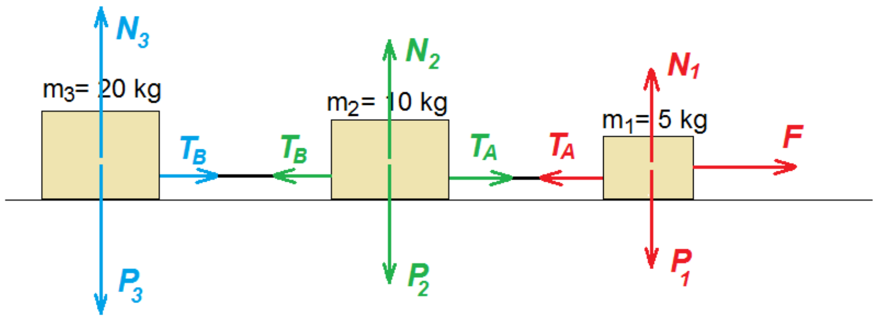
Nos queda un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas $(N_1, N_2, N_3, T_A, T_B, a)$

Las normales pueden calcularse fácilmente (en este caso), despejando de las ecuaciones de los ejes *y*.

(…sigue…)

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
3. TENSIÓN

Ejemplo 10 (continúa). Sabiendo que la fuerza aplicada sobre la caja de la izquierda es de 200 N, y despreciando el rozamiento, hallar la aceleración del sistema de la **Figura.**



... y para encontrar la aceleración, una forma rápida es sumar m. a. m. las tres ecuaciones correspondientes al eje *x:*

$$
\begin{array}{r}
T_B = m_3 a \\
+ \qquad T_A - T_B = m_2 a \\
F - T_A = m_1 a \\
\hline
\cancel{T_B} + \cancel{T_A} - \cancel{T_B} + F - \cancel{T_A} = (m_1 + m_2 + m_3)a
\end{array}
$$

$$\rightarrow \quad F = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

$$\rightarrow \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{200\ N}{35\ kg} = \mathbf{5.71\ m/s^2}$$

Ejercicio: Averiguar las tensiones.

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

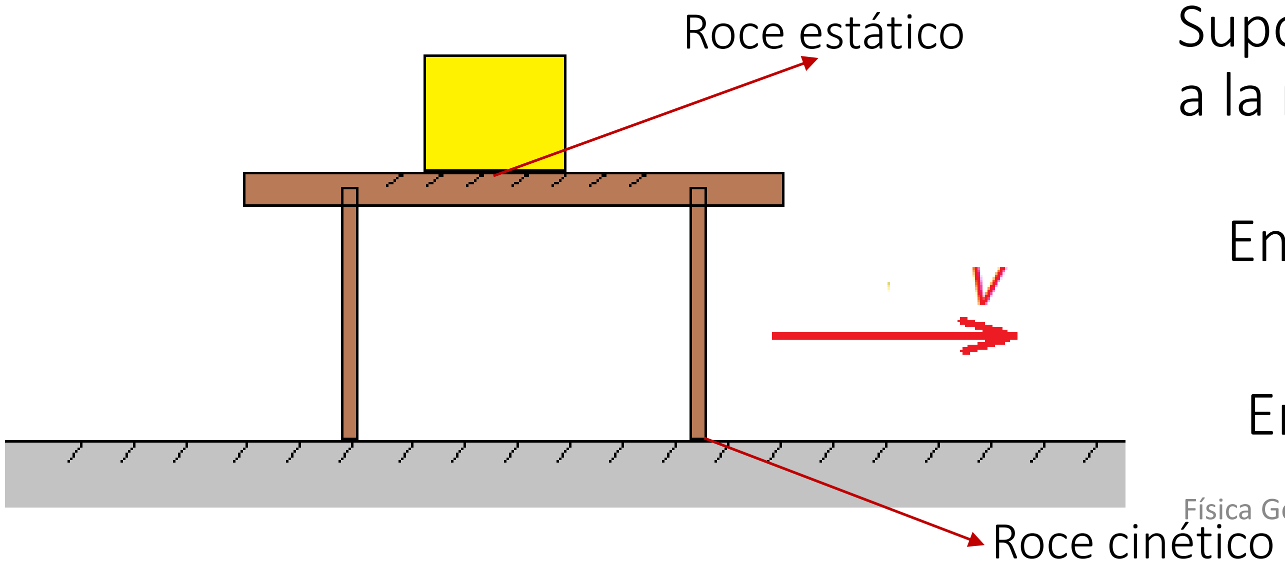
4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Fuerza que actúa a lo largo de la superficie de contacto entre dos sólidos, y que se opone al movimiento relativo (roce cinético) o al inicio de movimiento (roce estático).

Rozamiento → Estático → Los cuerpos no se mueven uno con respecto al otro

Rozamiento → Cinético → Los cuerpos se mueven uno con respecto al otro

Ejemplo: Se empuja una mesa. Sobre la mesa hay una caja (Figura)



Suponiendo que la caja no se desplaza con respecto a la mesa (o sea, se mueven mesa y caja juntas)

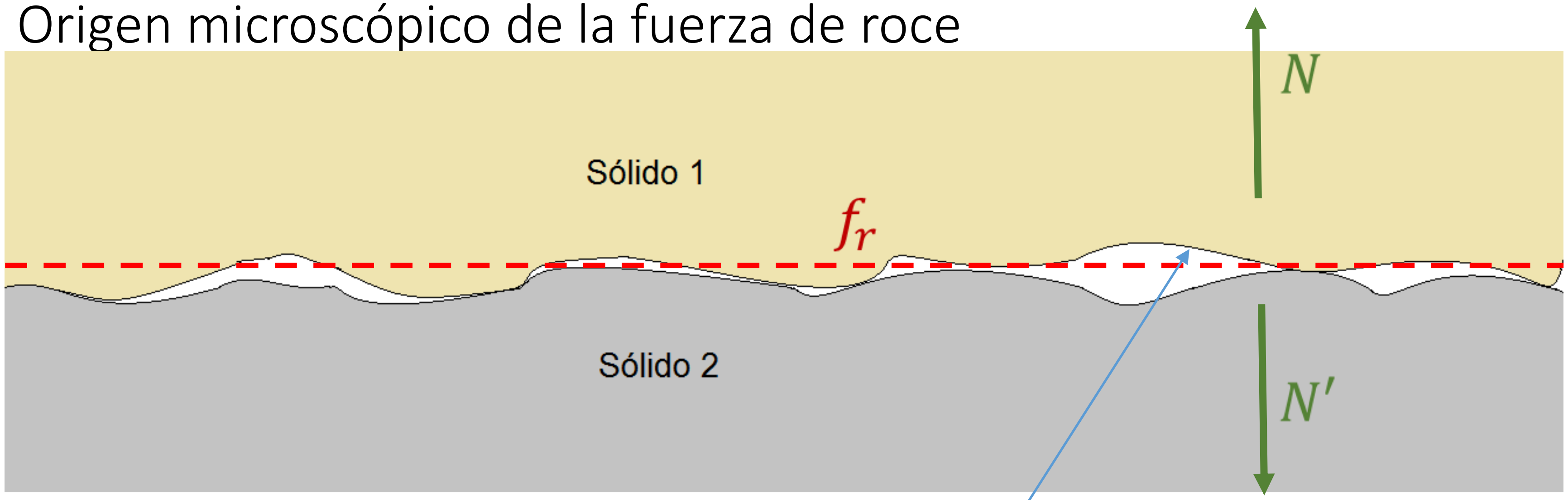
Entre mesa y piso → Roce cinético

Entre caja y mesa → Roce estático

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Origen microscópico de la fuerza de roce



A nivel microscópico las superficies son rugosas

Algunas propiedades de la fuerza de roce

- Es paralela a la superficie de contacto
- Depende de la naturaleza de los cuerpos en contacto, y del estado de sus superficies
- El roce cinético es proporcional a la fuerza normal entre ambas superficies:

$$\boxed{f_{r,k} = \mu_k N}$$

Coeficiente de roce cinético

- El máximo roce estático (antes de que se produzca desplazamiento) también es proporcional a la fuerza normal:

$$\boxed{f_{r,s} \leq \mu_s N}$$

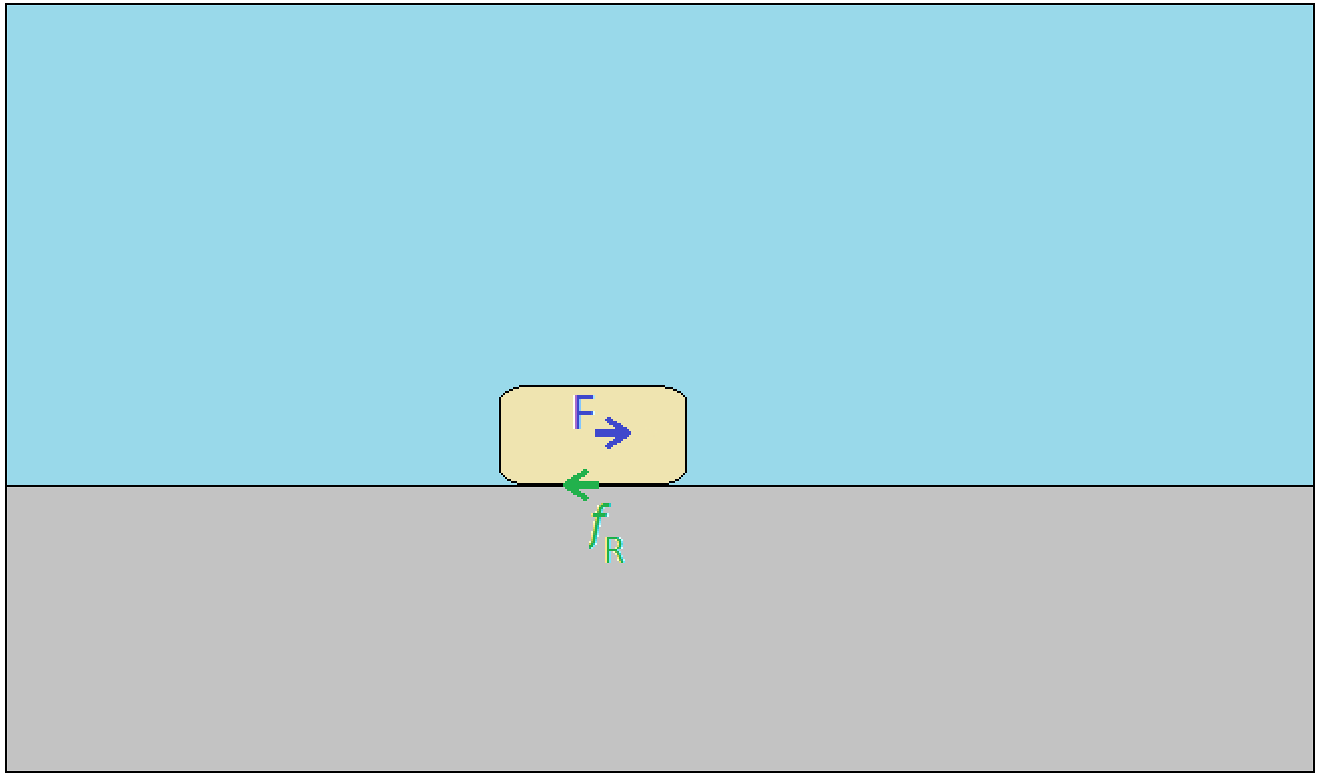
Coeficiente de roce estático

- El rozamiento es mayor un instante antes de que comience el movimiento que cuando ya ha comenzado:

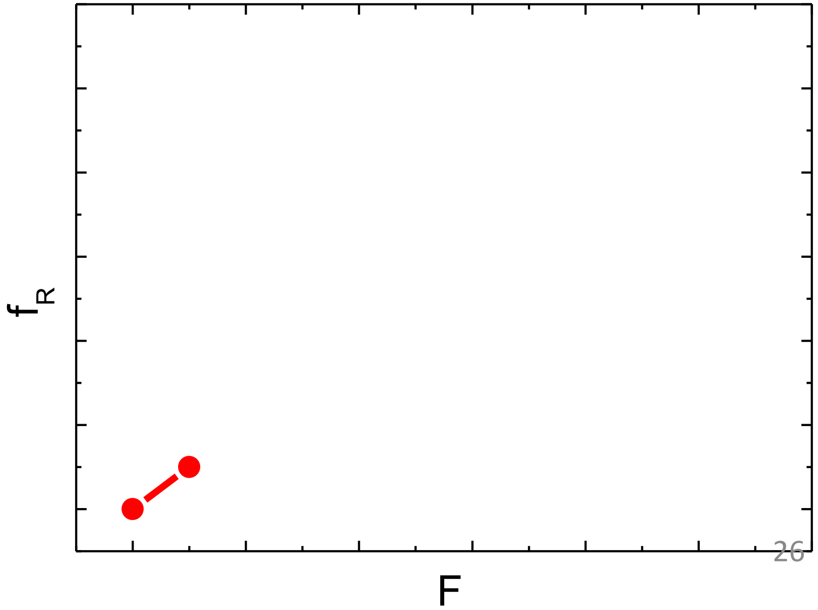
$$\mu_k < \mu_s$$

4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Consideremos la siguiente situación: un bloque está en reposo sobre una superficie horizontal. Hay rozamiento entre el bloque y la superficie. Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal $\vec{F}$. ¿Cómo variará la fuerza de roce $\vec{f}_R$ en función de la fuerza aplicada?



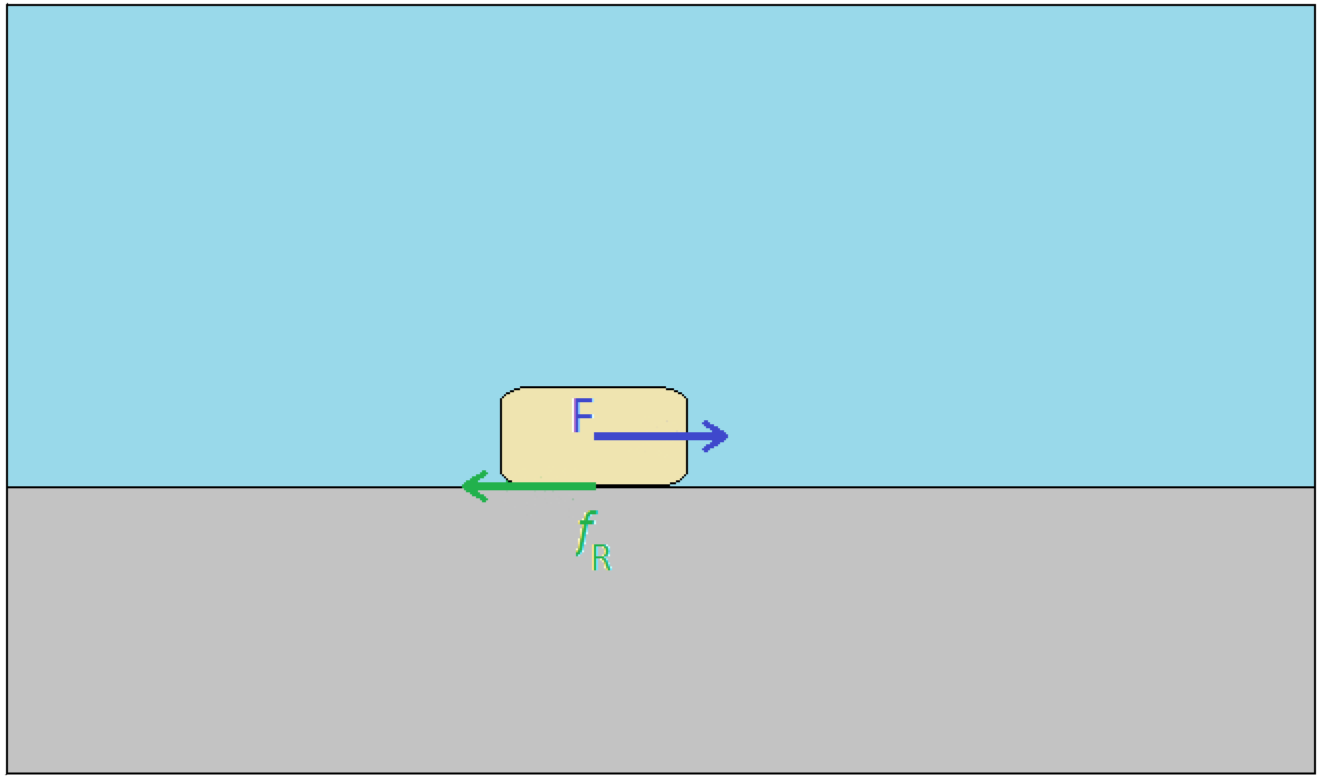
Si la fuerza aplicada es pequeña el bloque no se moverá porque habrá una fuerza de roce (estático) igual y de sentido opuesto



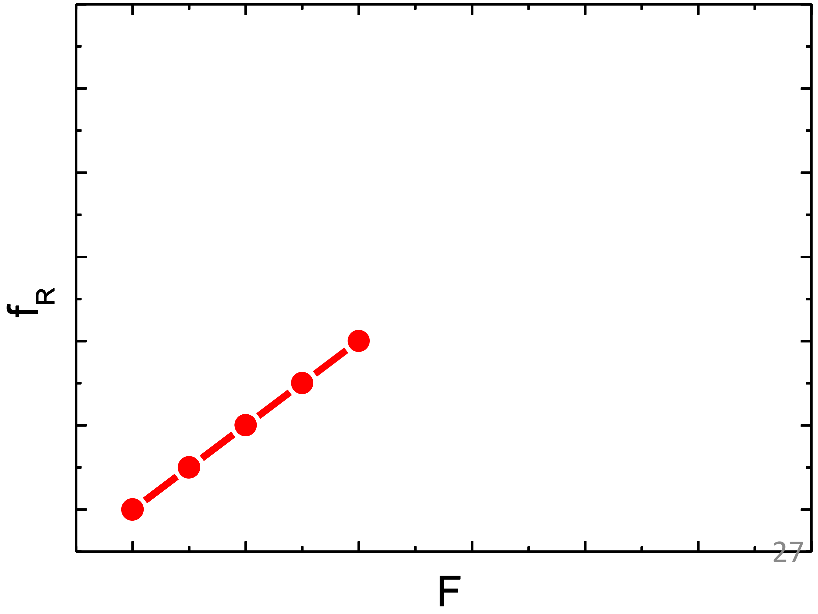
TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Consideremos la siguiente situación: un bloque está en reposo sobre una superficie horizontal. Hay rozamiento entre el bloque y la superficie. Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal $\vec{F}$. ¿Cómo variará la fuerza de roce $\vec{f}_R$ en función de la fuerza aplicada?

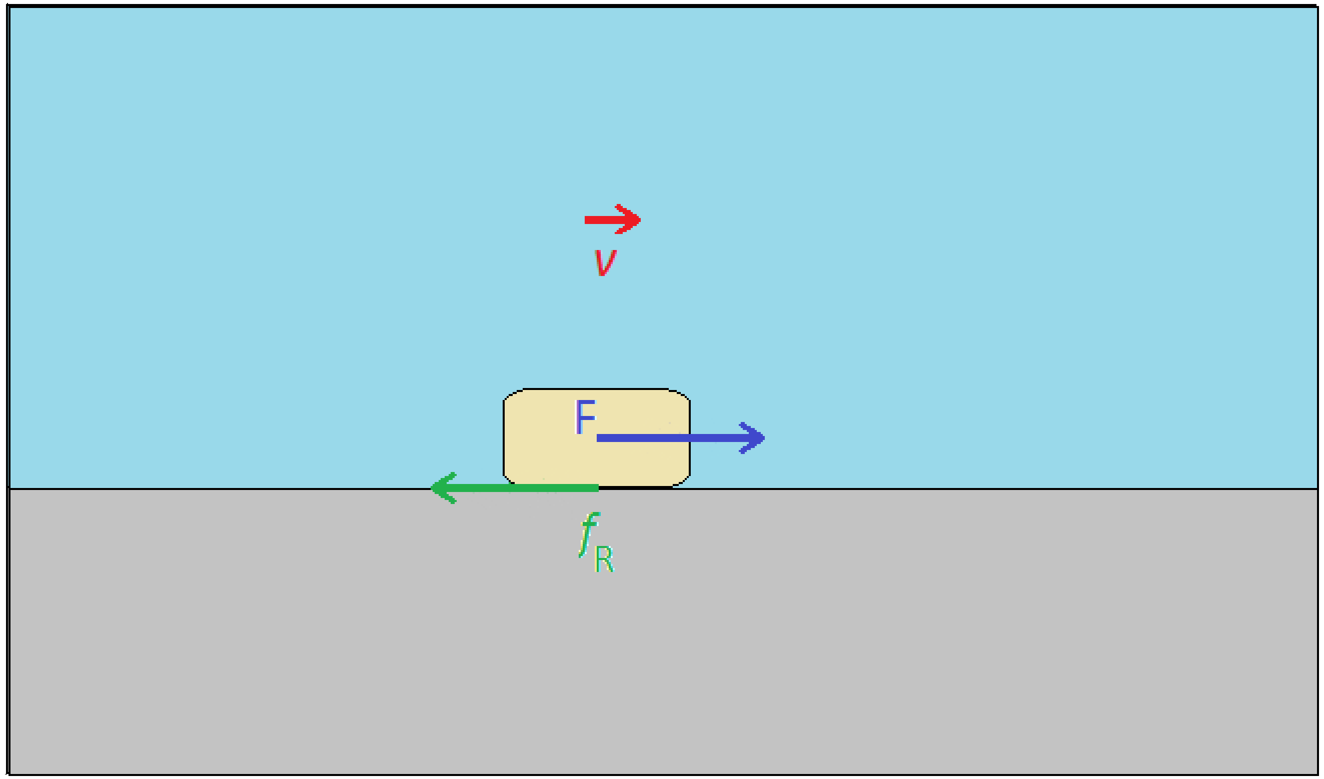


Si la fuerza aplicada es pequeña el bloque no se moverá porque habrá una fuerza de roce (estático) igual y de sentido opuesto

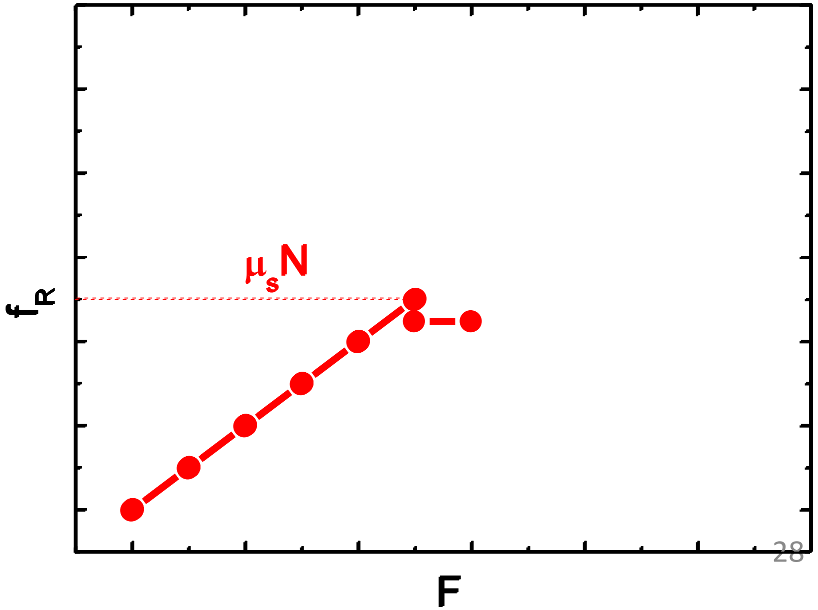


4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Consideremos la siguiente situación: un bloque está en reposo sobre una superficie horizontal. Hay rozamiento entre el bloque y la superficie. Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal $\vec{F}$. ¿Cómo variará la fuerza de roce $\vec{f}_R$ en función de la fuerza aplicada?



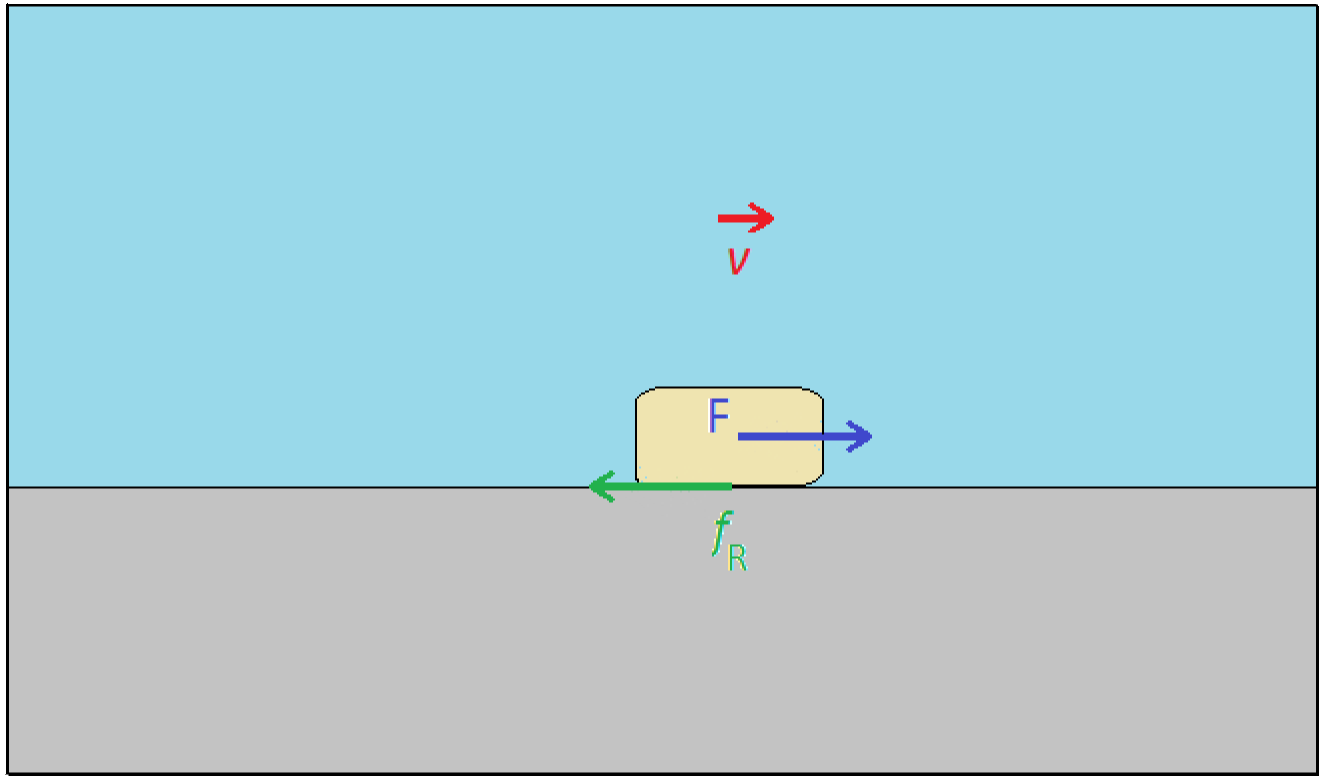
... pero si la fuerza aplicada es lo suficientemente grande, el rozamiento no podrá "resistir", y el cuerpo comenzará a moverse



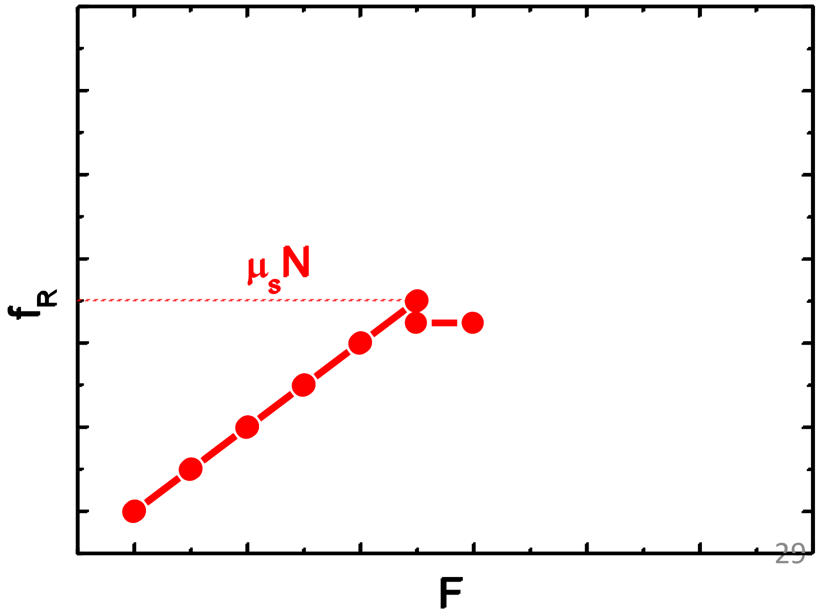
TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Consideremos la siguiente situación: un bloque está en reposo sobre una superficie horizontal. Hay rozamiento entre el bloque y la superficie. Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal $\vec{F}$. ¿Cómo variará la fuerza de roce $\vec{f}_R$ en función de la fuerza aplicada?

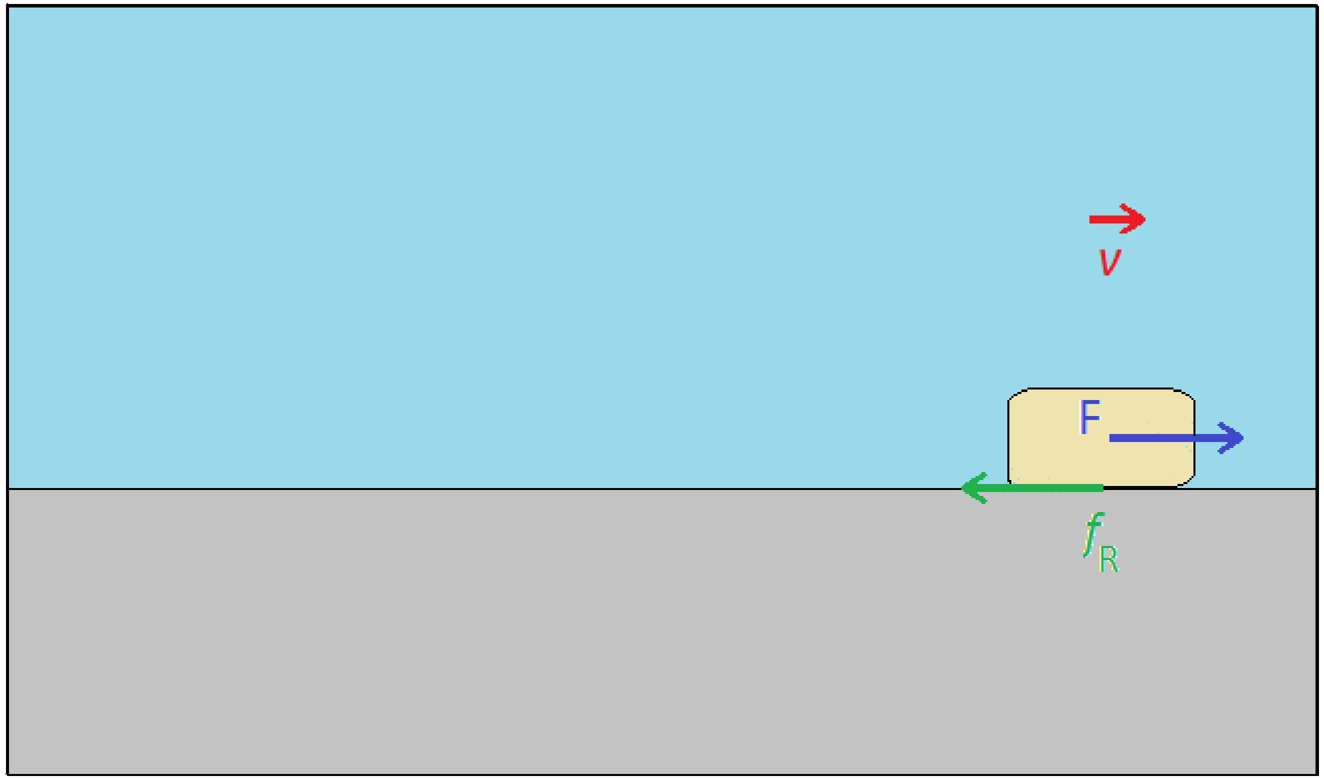


Esa situación marca el límite entre el rozamiento estático y el dinámico

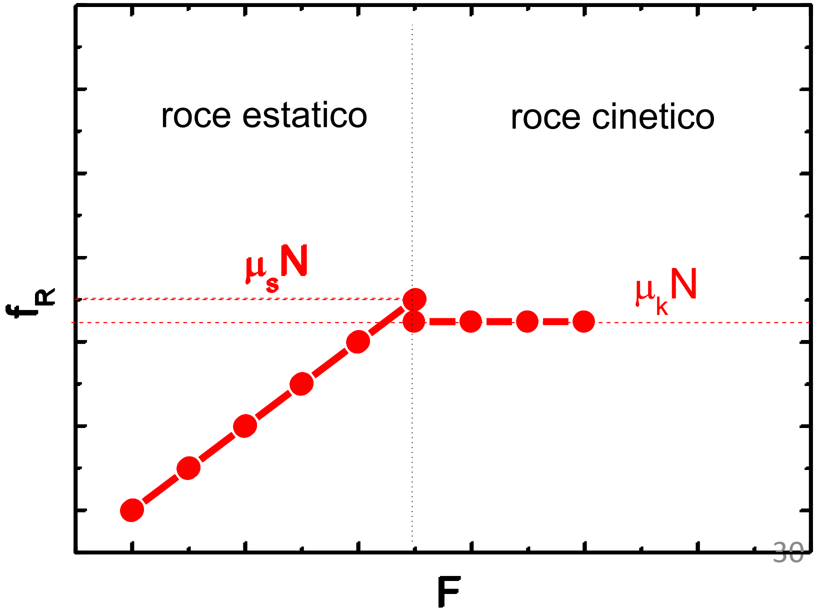


4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Consideremos la siguiente situación: un bloque está en reposo sobre una superficie horizontal. Hay rozamiento entre el bloque y la superficie. Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal $\vec{F}$. ¿Cómo variará la fuerza de roce $\vec{f}_R$ en función de la fuerza aplicada?



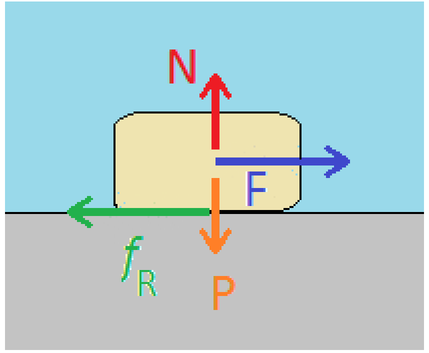
Una vez que se puso en movimiento, se podrá mover el bloque con velocidad constante empleando una fuerza menor a la que fue necesaria para moverlo inicialmente

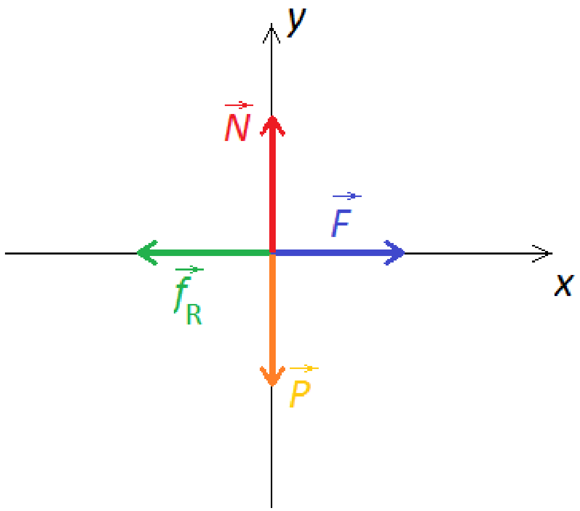


TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Ejemplo 12. Un bloque de masa m está en reposo sobre una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de roce estático entre el bloque y la superficie es μ_s, y el cinético es μ_k. (a) Dar una expresión para la fuerza F que es necesaria para poner el cuerpo en movimiento. (b) Suponiendo que se continúa aplicando la fuerza F una vez iniciado el movimiento, determinar la aceleración del bloque.

Respuesta. Dibujemos un esquema de la situación y el DCL correspondiente





(a) Planteamos la 2da Ley de Newton en cada uno de lo ejes.

Estamos en una situación estática, las aceleraciones son nulas en ambos ejes

$$\sum F_y = N - P = 0 \longrightarrow N = P = mg \qquad (1)$$

$$\sum F_x = F - f_{r,s} = 0 \longrightarrow F = f_{r,s} \qquad (2)$$

Y, como estamos en una situación de movimiento inminente, la fuerza de roce estática toma su valor máximo posible, $f_{r,s} = \mu_s N$. De (2):

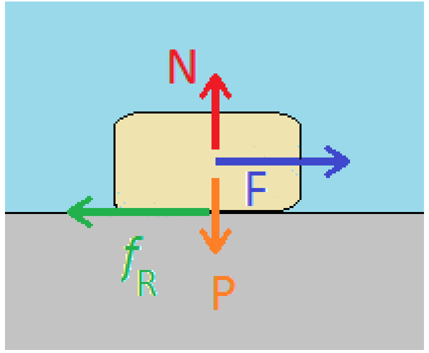
$$F = f_{r,s} = \mu_s N$$

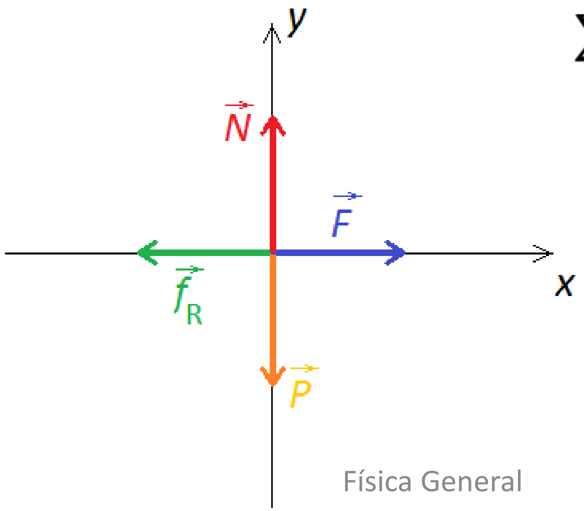
Usando (1) obtenemos el resultado pedido: $F = \mu_s mg$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Ejemplo 12 (continuación). Un bloque de masa *m* está en reposo sobre una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de roce estático entre el bloque y la superficie es μ_s, y el cinético es μ_k. (a) Dar una expresión para la fuerza *F* que es necesaria para poner el cuerpo en movimiento. (b) Suponiendo que se continúa aplicando la fuerza *F* una vez iniciado el movimiento, determinar la aceleración del bloque.

Respuesta. (continuación)





(b) Suponemos ahora que la fuerza toma el valor calculado en el inciso anterior,

$$F = \mu_s mg \qquad (3)$$

En la situación planteada ahora sí hay movimiento, de modo que la fuerza de roce es la fuerza de roce cinética: $f_r = f_{r,k} = \mu_k N$ (4)

$$\sum F_y = N - P = 0 \longrightarrow N = P = mg \qquad (5)$$

$$\sum F_x = F - f_{r,k} = ma \qquad (6)$$

Reemplazando en **(6)** con **(3)**, **(4)** y **(5)**:

$$a = \frac{F - f_{r,k}}{m} = \frac{\mu_s mg - \mu_k N}{m} = \frac{\mu_s mg - \mu_k mg}{m}$$

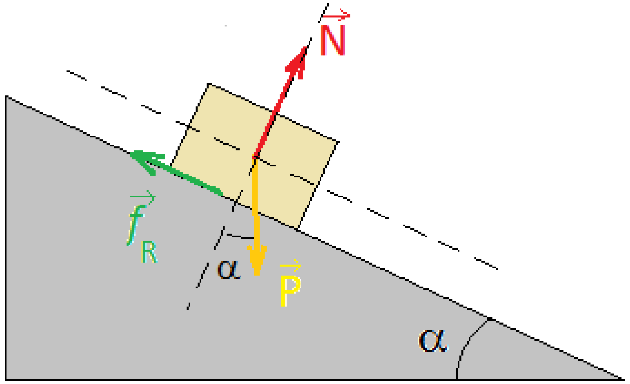
Finalmente, sacando factor común y cancelando las *m*, obtenemos el resultado pedido:

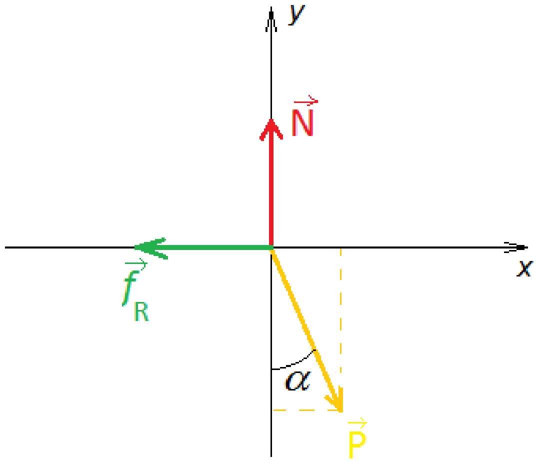
$$a = (\mu_s - \mu_k)g$$

4. FUERZA DE ROCE (entre sólidos)

Ejemplo 13. Un bloque de masa *m* está sobre un plano inclinado rugoso. El ángulo de inclinación α del plano puede variarse. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano es μ_s, determinar para qué valor del ángulo α el bloque comenzará a deslizar.

***Respuesta*.** Realizamos un esquema identificando las fuerzas y un DCL.





Planteamos la 2da Ley de Newton para cada eje

$$\sum F_x = P\ sen\alpha - f_{R,s} = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = N - P\ cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

De **(2)**:

$$N = P\ cos\alpha = m\ g\ cos\alpha$$

En **(1)**:

$$m\ g\ sen\alpha - \mu_s\ m\ g\ cos\alpha = 0$$

$$\longrightarrow \quad \mu_s = \frac{m\ g\ sen\alpha}{m\ g\ cos\alpha} = tg\ \alpha$$

Y llegamos al resultado pedido:

$$\alpha = \boldsymbol{arc\ tg\ (\mu_s)}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

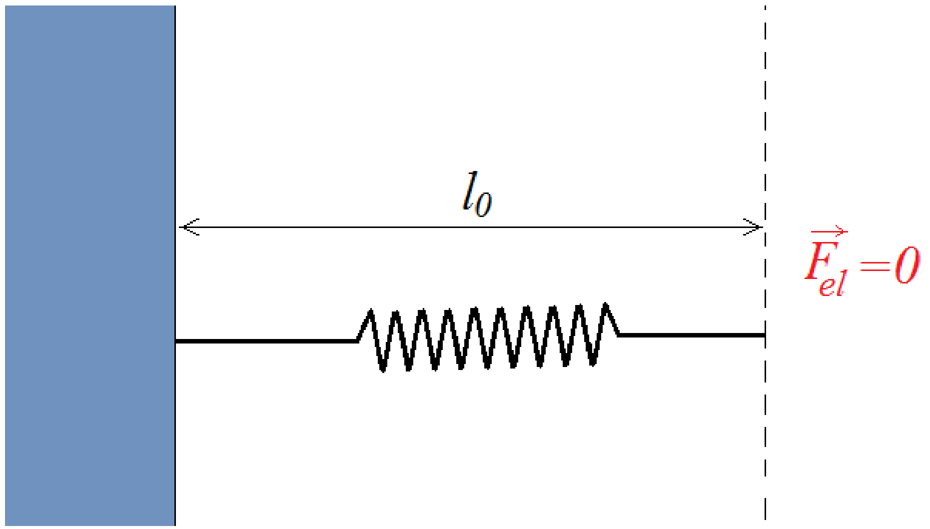
5. FUERZA ELÁSTICA

El comportamiento elástico de un cuerpo se caracteriza por una deformación reversible al estar el cuerpo sometido a fuerzas exteriores y por la recuperación de la forma original al retirarse las mismas.

Cuando un cuerpo elástico está sometido a una deformación por un agente externo, ejerce una fuerza recuperadora proporcional a la deformación.

Por ejemplo, consideremos el caso de un resorte, que se puede idealizar como un cuerpo elástico unidimensional

El resorte tiene cierta longitud de equilibrio (digamos l_0). Si el resorte es estirado, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a disminuir su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea el estiramiento



TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

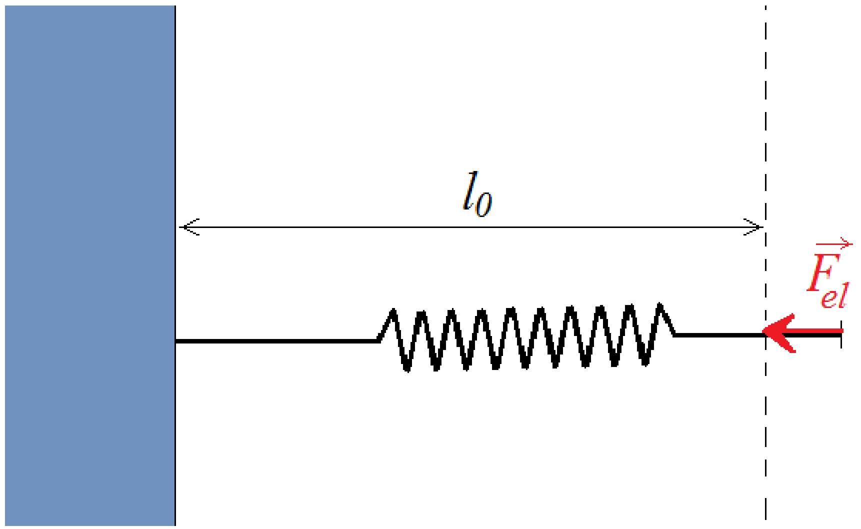
5. FUERZA ELÁSTICA

El comportamiento elástico de un cuerpo se caracteriza por una deformación reversible al estar el cuerpo sometido a fuerzas exteriores y por la recuperación de la forma original al retirarse las mismas.

Cuando un cuerpo elástico está sometido a una deformación por un agente externo, ejerce una fuerza recuperadora proporcional a la deformación.

Por ejemplo, consideremos el caso de un resorte, que se puede idealizar como un cuerpo elástico unidimensional

El resorte tiene cierta longitud de equilibrio (digamos l_0). Si el resorte es estirado, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a disminuir su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea el estiramiento



TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

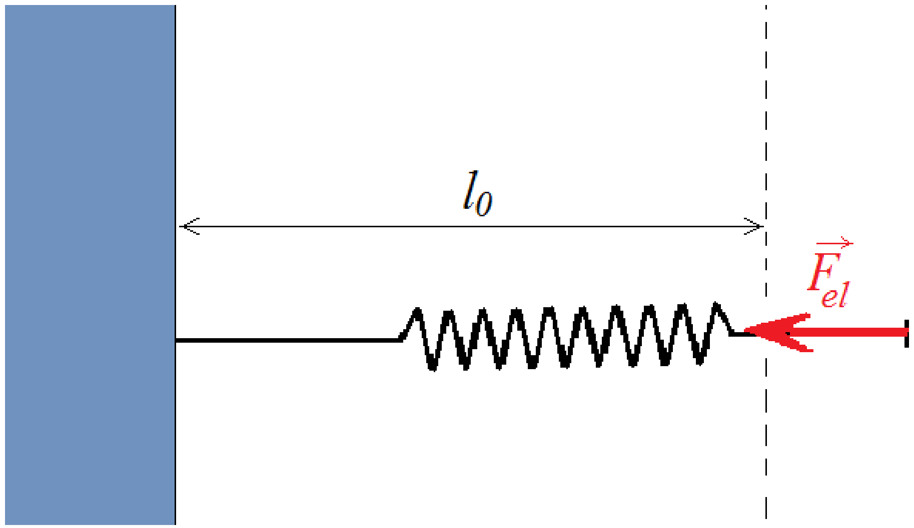
5. FUERZA ELÁSTICA

El comportamiento elástico de un cuerpo se caracteriza por una deformación reversible al estar el cuerpo sometido a fuerzas exteriores y por la recuperación de la forma original al retirarse las mismas.

Cuando un cuerpo elástico está sometido a una deformación por un agente externo, ejerce una fuerza recuperadora proporcional a la deformación.

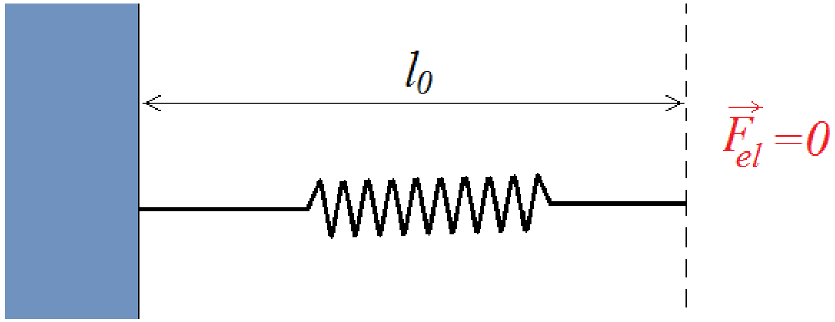
Por ejemplo, consideremos el caso de un resorte, que se puede idealizar como un cuerpo elástico unidimensional

El resorte tiene cierta longitud de equilibrio (digamos l_0). Si el resorte es estirado, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a disminuir su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea el estiramiento



TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
5. FUERZA ELÁSTICA

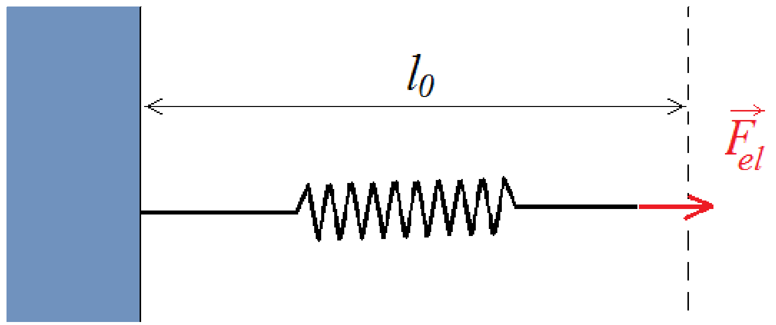
Si el resorte es comprimido, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a aumentar su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea la compresión.



TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

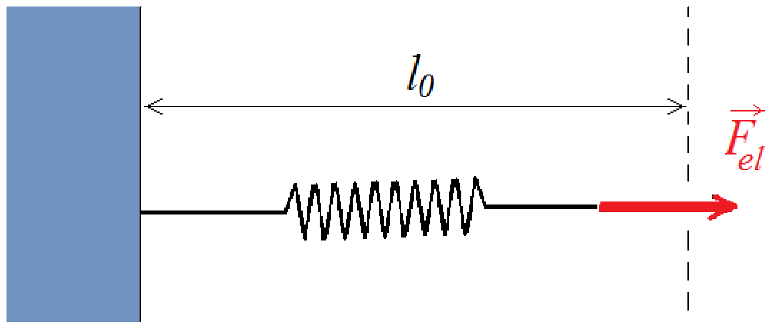
5. FUERZA ELÁSTICA

Si el resorte es comprimido, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a aumentar su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea la compresión.



TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
5. FUERZA ELÁSTICA

Si el resorte es comprimido, ejercerá sobre el agente externo una fuerza recuperadora tendiente a aumentar su longitud. La fuerza ejercida será mayor cuanto mayor sea la compresión.



Para pequeñas deformaciones la fuerza que ejerce el resorte es directamente proporcional a la deformación (estiramiento/compresión). Si asignamos el valor $x = 0$ a la posición de equilibrio, entonces podemos resumir lo anterior mediante la *Ley de Hooke*:

$$\boxed{F_{el} = -kx}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:
5. FUERZA ELÁSTICA

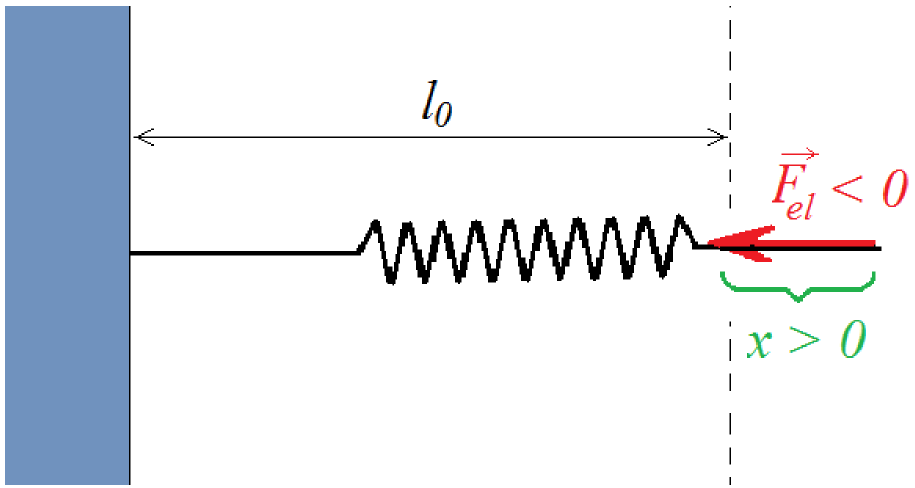
Ley de Hooke:

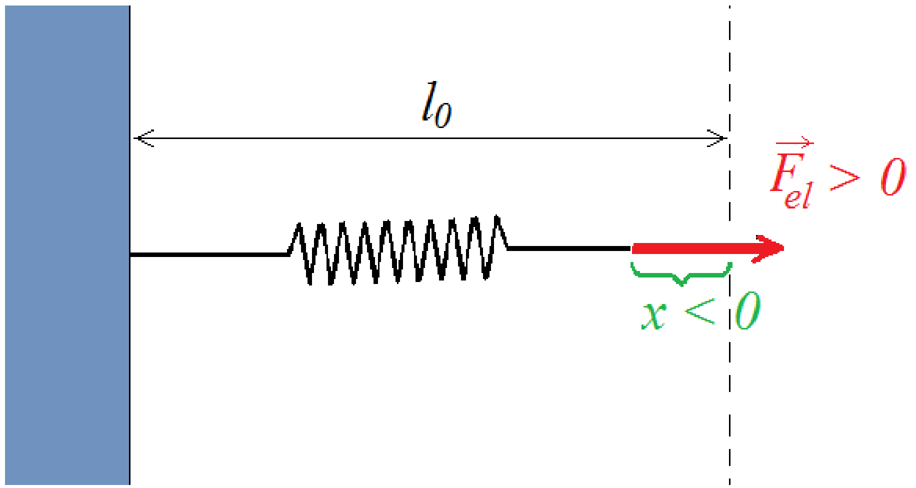
$$\boxed{F_{el} = -kx}$$

donde *k* es la *constante elástica* del resorte, y depende del diseño y del material del que está fabricado el mismo (cuanto mayor es ***k***, más difícil de deformar es el resorte); ***k*** es siempre un número positivo.

Para una deformación positiva ($x > 0$) la fuerza elástica será negativa ($F_{el} < 0$)

Para una deformación negativa ($x < 0$) la fuerza elástica será positiva ($F_{el} > 0$)

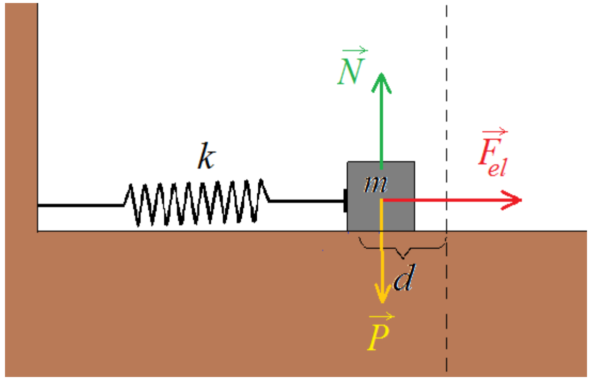




5. FUERZA ELÁSTICA

Ejemplo 14. Se comprime un bloque de masa *m* contra un resorte de constante elástica *k* una distancia horizontal *d*. Determinar con qué aceleración saldrá disparada la bolita una vez que se suelta el resorte.

Respuesta



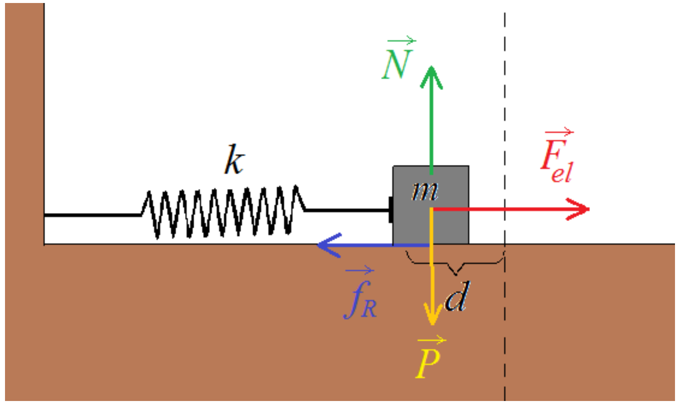
La única fuerza horizontal es la fuerza del resorte. También hay fuerzas verticales (peso y normal) pero, en este problema, no nos interesan.

$$\sum F_x = F_{el} = kd = ma$$

$$\longrightarrow \quad a = \boldsymbol{kd/m}$$

Ejemplo. Ídem al problema anterior suponiendo que hay roce con el suelo con coeficiente cinético μ_k

Respuesta



$$\sum F_y = N - P = 0 \longrightarrow N = P = mg$$

$$\sum F_x = F_{el} - f_{R,k} = ma \longrightarrow kd - \mu_k N = ma$$

$$kd - \mu_k mg = ma$$

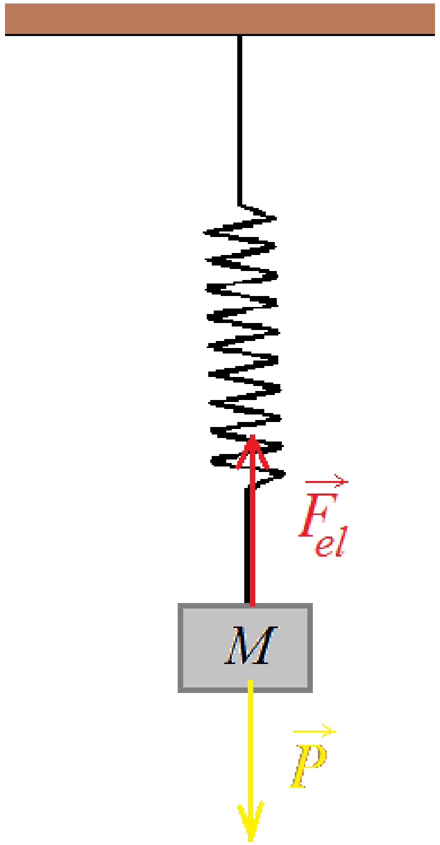
$$a = \frac{\boldsymbol{kd}}{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{\mu_k g}$$

TIPOS DE FUERZAS MÁS USUALES:

5. FUERZA ELÁSTICA

Ejemplo 15. Un resorte de constante elástica *k* está suspendido del techo. Decidir cuánto se estirará cuando se cuelga de él un bloque de masa *M*.

Respuesta



Sea x el estiramiento del resorte:

$$\sum F_y = F_{el} - P = 0$$

$$\longrightarrow \quad kx - mg = 0$$

$$\longrightarrow \quad x = \boldsymbol{mg/k}$$