

TRABAJO PRACTICO N° 9

PROPIEDADES DE LENGUAJES REGULARES Y LIBRES DEL CONTEXTO

1) Dados los siguientes lenguajes regulares

$$L_1 = \{ 0^n 1^m / n, m \geq 0 \}$$

$$L_2 = \{ 0^k 1^{2^j} / k \geq 0, j \geq 1 \}$$

A partir de los autómatas finitos o las gramáticas regulares de  $L_1$  y  $L_2$ , construir un autómata finito ó una gramática regular respectivamente para:

a)  $L_1 \cap L_2$

g)  $L_1 \bullet L_2$

b)  $L_1 \cup L_2$

h)  $L_2 \bullet L_1$

c)  $L_1^R$

i)  $L_1^*$

d)  $\overline{L_2}$

j)  $L_2^*$

e)  $\underline{L_1}$

f)  $L_2$

2) Probar que los lenguajes regulares son cerrados bajo las siguientes operaciones:

a) Intersección

b) Unión

c) Reversa

d) Complemento

e) Concatenación

f) Clausura

3) Dados  $L_1$  y  $L_2$  generados por las siguientes gramáticas libres del contexto:

$$G_1 = (\{A\}, \{a, b\}, P_1, S_1), \quad P_1 = \{S_1 \rightarrow Ab, A \rightarrow aAb, A \rightarrow a\}$$

$$G_2 = (\{B\}, \{a, b\}, P_2, S_2), \quad P_2 = \{S_2 \rightarrow Ba, B \rightarrow bBa, B \rightarrow b\}$$

a) Construya una gramática que genere:

1)  $L_1 \cup L_2$

2)  $L_1 \bullet L_2$

3)  $L_1^*$

4)  $L_2^R$

b) Determine en cada caso si el lenguaje resultante es o no libre del contexto.

c) Generalice y demuestre los resultados obtenidos para la unión, concatenación, clausura y reversa de lenguajes libres del contexto arbitrarios.

4) Dados  $L_3$  y  $L_4$  generados por las siguientes gramáticas libres del contexto:

$$G_3 = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, P_3, S_3)$$

$$P_3 = \{S_3 \rightarrow AB, A \rightarrow aAb, A \rightarrow ab, B \rightarrow cB, B \rightarrow c\}$$

$$G_4 = (\{C, D\}, \{a, b, c\}, P_4, S_4)$$

$$P_4 = \{S_4 \rightarrow CD, C \rightarrow aC, C \rightarrow a, D \rightarrow bDc, D \rightarrow bc\}$$

a) Obtenga  $L_5 = L_3 \cap L_4$

b) Determine si  $L_5$  es o no libre del contexto

c) Generalice el resultado obtenido para lenguajes libres del contexto arbitrarios.

5) Determine si el complemento de un lenguaje libre del contexto es o no libre del contexto. Justifique.

6) Determine el tipo del lenguaje resultante de la intersección entre un lenguaje regular y un lenguaje libre del contexto. Ejemplifique.

7) a) Determine y justifique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, siendo  $L_1$  y  $L_2$  lenguajes regulares, y  $L_3$  y  $L_4$  lenguajes libres del contexto:

i)  $L_1 \cup L_3$  es un lenguaje regular

ii)  $L_3 \cap L_4^*$  es un lenguaje libre del contexto

iii)  $L_4^R \cup L_1$  es un lenguaje libre del contexto

iv)  $L_1^* \cdot L_4^R$  es un lenguaje libre del contexto

b) Para las afirmaciones verdaderas del inciso anterior y demuestre el resultado de cada operación involucrada en la misma.

c) Para cada afirmación falsa, dé un contraejemplo.

8) Sean  $L_1, L_2, L_3$  lenguajes arbitrarios sobre un alfabeto  $A$ . ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Para las que sean falsas, dé un contraejemplo.

a)  $(L_1 \cdot L_2) \cup L_3 = L_3 \cup (L_2 \cdot L_1)$

b)  $L_1 \cdot (L_2 \cdot L_1)^* = (L_1 \cdot L_2)^* \cdot L_1$

c)  $L_1 \cdot \{\epsilon\}^* \cdot L_1 = \emptyset^* \cdot L_1 \cdot L_1 = L_1^2$

d)  $(L_1 \cdot L_2)^* = L_1^* \cdot L_2^*$

e)  $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$

$$f) L_1^* \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1^* \cdot L_2 \cup L_1^* \cdot L_3$$

9) Para cada una de las siguientes gramáticas  $G = \langle N, T, P, S \rangle$ , determine si la afirmación correspondiente es verdadera o falsa, justificando en cada caso. En todos los casos  $T$  es el conjunto de símbolos terminales,  $N$  es el conjunto de símbolos no terminales,  $P$  es el conjunto de reglas de producción, y  $S$  es el símbolo distinguido.

i)  $G = \langle \{A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aA, A \rightarrow aB, B \rightarrow b, B \rightarrow abB\}, S \rangle$   
es una gramática de TIPO 3

ii)  $G = \langle \{A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aABb, aABb \rightarrow aaaBb, B \rightarrow \epsilon\}, S \rangle$   
es una gramática de TIPO 0

iii)  $G = \langle \{A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow B, B \rightarrow ABb, ABb \rightarrow aaBa, B \rightarrow a\}, S \rangle$   
es una gramática de TIPO 1

iv)  $G = \langle \{A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aABb, aABb \rightarrow aaaB, B \rightarrow \epsilon\}, S \rangle$   
es una gramática de TIPO 0